

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

ZAVRŠNI RAD br. 5494

Simulacija fluida tehnikom SPH

Jurij Kos

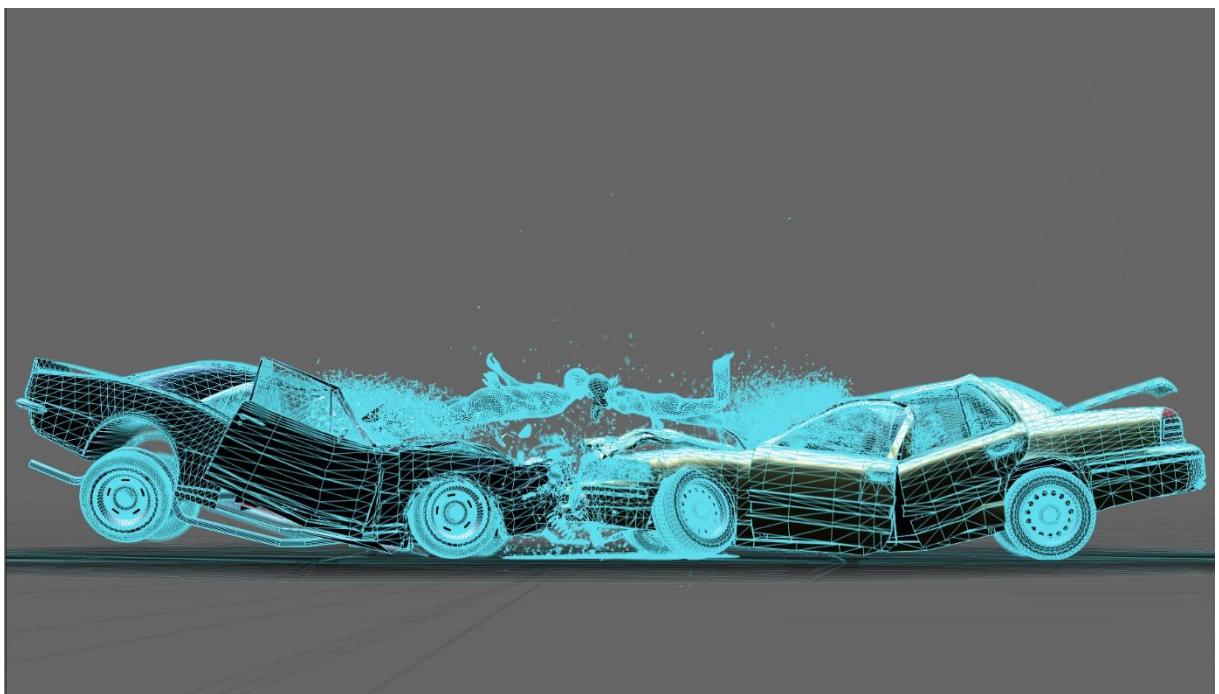
Zagreb, lipanj, 2018

Sadržaj

1.	Uvod	2
2.	Osnove mehanike fluida.....	5
2.1	Svojstva fluida	5
2.2	Navier-Stokesove jednadžbe.....	5
3.	Modeli fluida.....	7
3.1	Lagrangeova rešetka	7
3.2	Eulerova rešetka.....	7
3.3	Čestične metode bez mreže(engl. Meshfree Particle Methods).....	8
4.	Hidrodinamika zaglađujućih čestica	9
4.1	Svojstva SPH-a	9
4.2	Sila tlaka	11
4.3	Viskozna sila	11
4.4	Površinska napetost.....	11
4.5	Vanjske sile	12
5.	Implementacija	13
6.	Rezultati izvođenja i moguća proširenja programa.....	17
7.	Zaključak.....	19
8.	Literatura	20
9.	Sažetak	21
10.	Abstract.....	22

1. Uvod

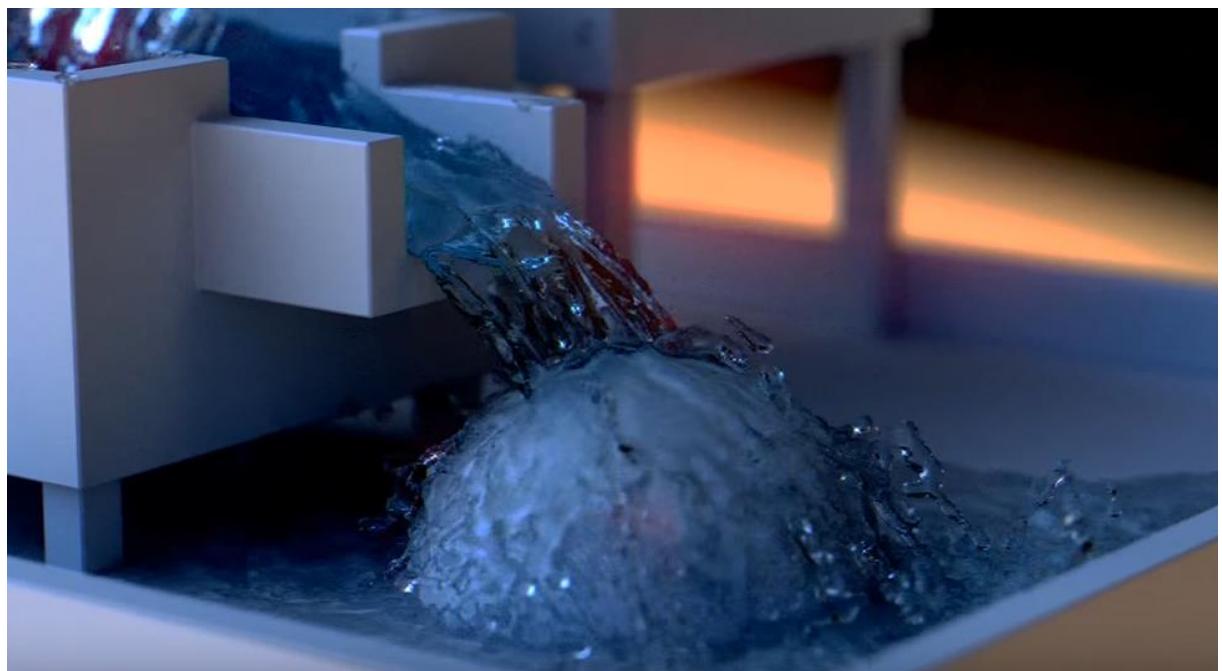
Računalne simulacije su uobičajen način za rješavanje mnogih složenih problema u inženjerstvu i znanosti. Njihov cilj je pretvoriti ključne dijelove fizikalnog modela u diskretan matematički oblik koji se rješava uporabom računala. Mogu se koristiti kao alat za znanstveno istraživanje umjesto pokusa koji mogu biti skupi, opasni ili teško mjerljivi te zbog toga igraju važnu ulogu u potvrđivanju teorija, pomažu kod interpretacije nekih fenomena, a ponekad služe i za otkrivanje novih. Računalne simulacije su pronašle svoju primjenu u velikom broju područja uključujući analizu električnih krugova, analizu utjecaja sile otpora na avion, simuliranje testova sudara (engl. crash test) (Slika 1.) te simulaciju fluida koja je i tema ovog rada.



Slika 1. Simulacija prometne nesreće

Fluidi su tvari koje struje odnosno neprekidno se deformiraju pod djelovanjem smičnog naprezanja. Dijelimo ih na stlačive i nestlačive. Stlačivi fluidi imaju sposobnost promjene volumena, a nestlačivi fluidi imaju konstantan volumen. Voda je primjer nestlačivog fluida, a plinovi stlačivog fluida. Fluidi su sastavni dio prirode koja nas okružuje, a kako je njihovo ponašanje zanimljivo za promatranje te potrebno za

rješavanje različitih inženjerskih problema pojavom dovoljno snažnih računala ona su se počela koristiti i za simulaciju fluida. Gibanja fluida opisana su matematičkim jednadžbama, ali u realnim slučajevima te jednadžbe postaju nesvedive na linearne. Takve jednadžbe rješavamo pomoću numeričkih metoda. Za rješavanje jednadžbi koristimo računala koja brojeve pohranjuju s nekom zadanom preciznošću i zbog toga jednadžbe je potrebno diskretizirati. Glavna razlika između različitih metoda simulacija je način na koji diskretiziramo osnovne jednadžbe. Radi složenosti postupka diskretizacije i fizikalnih pojava poput viskoznosti i površinske napetosti izrada programa za simulaciju fluida je zahtjevna. Metode pomoću kojih dobivamo točnije i detaljnije simulacije traže više računalnih resursa i zbog toga njih ne možemo koristiti u aplikacijama koje rade u stvarnom vremenu poput igara. Zbog toga vrlo precizne simulacije fluida koristimo kod animacija za filmove, dok kod igara moramo koristiti manje zahtjevne, ali zbog toga nažalost moramo prihvatići i njihovu manju razinu preciznosti. Najkvalitetnije simulacije danas su toliko detaljne i precizne da ih je ponekad teško razlikovati od stvarnosti(Slika 2 i Slika 3).



Slika 2. Realistična simulacija vode



Slika 3. Voda u igri battlefield 1

2. Osnove mehanike fluida

2.1 Svojstva fluida

Na mikroskopskoj razini fluid se sastoji od velikog broja molekula koje se međusobno sudearanju. Broj molekula je prevelik da bi se bavili izravno njima, pa se bavimo većim nakupinama molekula koje nazivamo česticama. Za opisivanje fluida koristimo pojmove tlak, viskoznost, gustoća i temperatura. Tlak je fizikalna veličina koja opisuje djelovanje sile okomito na površinu fluida. Postoje hidrostatski, hidraulički i hidrodinamički tlak. Hidrostatski tlak je tlak mirnog fluida uzrokovani njegovom težinom, hidraulički tlak je tlak koji nastaje zbog djelovanja sila izvana, a hidrodinamički tlak nastaje kod toka fluida[1]. Viskoznost je svojstvo fluida koje nastaje kao posljedica opiranja fluida smičnim silama putem viskoznih naprezanja, koja se javljaju kao reakcija na brzinu deformacije. Gustoća je fizička veličina određena kao količnik mase i volumena. Temperatura je veličina koja opisuje toplinsko stanje i sposobnost tijela ili tvari da izmjenjuje toplinu s okolinom. Temperatura ovisi o količini unutarnje energije koje sadrži neko tijelo određene mase i tlaka. Temperatura ne utječe izravno na kretanje fluida, ali utječe na tlak o kojem izravno ovisi gibanje fluida. Idealni fluid je fluid u kojemu su viskoznost, površinska napetost, kapilarnost i ostale posljedice međumolekularnih sila zanemarive. Sredinom osamnaestoga stoljeća švicarski matematičar Leonard Euler formulirao je jednadžbe za opis takvih fluida koje su po njemu dobile ime Eulerove jednadžbe.

2.2 Navier-Stokesove jednadžbe

Francuski inženjer Claude-Louis Navier 1821. godine proširio je Eulerove jednadžbe tako da je njima moguće opisati viskozne(realne) fluide. Sir George Gabriel Stokes je poboljšao Navierov rad, ali potpuna rješenja se mogu dobiti samo za jednostavne dvodimenzionalne tokove. Složena vrtloženja i turbulentna gibanja fluida u trodimenzionalnom prostoru se rješavaju pomoću metoda numeričke analize. Ove jednadžbe proizlaze iz primjene drugog Newtonovog zakona ($F=ma$) na gibanje fluida

uz pretpostavku da je naprezanje fluida jednako sumi članova koji opisuju viskoznost i članu koji označava tlak. Sljedeće jednadžbe redom prikazuju Navier-Stokesove jednadžbe[1] po prostornim osima:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = F_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = F_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$

Varijable u , v , w predstavljaju brzinu po osima x , y , z . Kada bismo cijelu jednadžbu pomnožili s volumenom lijeva strana jednadžbe bi predstavljala umnožak mase i akceleracije, a desna sile koje djeluju na infinitezimalno mali dio fluida. Prvi član s desne strane jednakosti predstavlja bilo kakve vanjske sile koje djeluju na fluid, a najčešće se radi o gravitaciji, drugi član silu koja nastaje zbog razlike tlaka koji djeluje na fluid, a treći član modelira viskoznost fluida.

3. Modeli fluida

Fluidi se mogu opisati na dva osnovna načina: Eulerov i Lagrangeov. Za Eulerov fluid kažemo da je prostorni opis jer je to način promatranja kretanja fluida kod kojeg promatramo specifičnu lokaciju prostora kroz koju teče fluid. Lagrangeov opis nazivamo materijalnim opisom jer promatramo česticu koja se kreće prostorom. Navier-Stokesove jednadžbe kojima opisujemo fluid često nisu egzaktno rješive i za njihovo rješavanje koristimo različite numeričke metode koje su podijeljene u dvije grupe. Jednu grupu čine metode koje koriste rešetku s konačnim brojem ćelija unutar koje se nalazi fluid, a drugu grupu čine metode koje prikazuju fluid pomoću konačnog broja diskretnih čestica.

3.1 Lagrangeova rešetka

Rešetka je postavljena na materijal i kreće se s njime. Rešetka prati deformaciju materijala. Najpoznatija i najčešće korištena metoda koja koristi Lagrangeovu rešetku je metoda konačnih elemenata. Metoda konačnih elemenata je numerička metoda za rješavanje parcijalnih diferencijalnih jednadžbi. Ova metoda dijeli domenu na malene, jednostavne dijelove koji se nazivaju konačnim elementima. Glavna prednost te metode su jednostavniji i brži račun u odnosu na metode koje koriste Eulerovu rešetku, a manja je što se ne može primjeniti na materijale kod kojih dolazi do velikih deformacija. Metoda konačnih elemenata najpopularnija je kod simulacija čvrstih tijela, dok se kod simulacije fluida ova metoda danas vrlo rijetko koristi.

3.2 Eulerova rešetka

Eulerova rešetka fiksirana je u prostoru, a fluid se kreće. Kako su oblik, volumen i položaj ćelija nepromjenjivi za cijelo vrijeme trajanje simulacije, deformacije materijala ne mijenjaju rešetku te ne dolazi do numeričkih problema kao u metodama s Lagrangeovom rešetkom. Metode s ovim tipom rešetke su dominantne kod simulacija fluida, ali ipak imaju niz manja: teško je pratiti ponašanje materijala u nekoj točki kroz vrijeme, teško je postaviti rešetku koja bi odgovarala složenim tijelima i često je

potrebna rešetka puno veća od tijela koje nas zanima što negativno utječe na brzinu izvođenja simulacije.

3.3 Čestične metode bez mreže(engl. Meshfree Particle Methods)

Metode ovog tipa koriste konačan broj diskretnih čestica gdje diskretna čestica može izravno predstavljati diskretan fizički objekt ili mali dio kontinuma. U ovu grupu pripadaju metode: dinamika molekula(engl. molecular dynamics), Monte Carlo, čestica u ćeliji(engl. particle-in-cell), marker u ćeliji(engl. marker-in-cell), metoda diskretnih elemenata (engl discrete element method), vrtložne metode(engl.Vortex methods) i metoda hidrodinamike zaglađujućih čestica(engl. smoothed particle hydrodynamics). Mnoge od ovih metoda su razvijane za sustave s diskretnim česticama, ali su našle primjenu i u kontinuiranim sustavima. Primjeri za to su metoda hidrodinamike zaglađujućih čestica koja se razvila za simuliranje interakcija zvijezda, te metoda dinamike molekula koja je razvijena za simuliranje kretanja atoma.

4. Hidrodinamika zaglađujućih čestica

4.1 Svojstva SPH-a

Metodu „Smoothed Particle Hydrodynamics“ razvili su 1977. godine Lucy, Gingold i Monaghan za rješavanje problema u astrofizici, ali je ona dovoljno općenita da se može koristiti za simulacije fluida, a uz to koristi se i za simuliranje čvrstih tijela. Gibanje fluida opisano je pomoću sustava parcijalnih diferencijalnih jednadžbi. Metoda hidrodinamike zaglađujućih čestica se koristi za rješavanje sustava parcijalnih diferencijalnih jednadžbi kojima je prikazan problem gibanja fluida. Sustavi tih parcijalnih diferencijalnih jednadžbi nisu analitički rješivi osim za nekoliko vrlo jednostavnih slučajeva. Zbog toga je veliki trud uložen u traženje numeričkih rješenja ovog problema. Prvi potreban korak je diskretizacija domene u kojoj se nalaze parcijalne diferencijalne jednadžbe. Uz to nam je još potrebna funkcija koja nam daje aproksimaciju funkcija polja i njenih derivacija u svakoj točki prostora. Tada na parcijalne diferencijalne jednadžbe primjenjujemo funkciju aproksimacije te dobivamo skup običnih diferencijalnih jednadžbi u diskretiziranom obliku koje su ovisne samo o vremenu. Da bismo došli do spomenutih rezultata pomoću metode hidrodinamike zaglađujućih čestica koristimo sljedeće ideje[3]:

- Domena problema je prikazana pomoću skupa raspodijeljenih čestica. Ne postoji povezanost između čestica(engl. meshfree).
- Za aproksimaciju funkcije polja se koristi integralna reprezentacija funkcije. U metodi SPH to nazivamo jezgrena(engl. kernel) funkcija.
- Jezgrena funkcija se zatim aproksimira koristeći čestice. To nazivamo čestičnom aproksimacijom, a izvodi se tako da integral u integralnoj reprezentaciji zamijenimo sumom odgovarajućih vrijednosti kod svih susjednih čestica.
- Čestična aproksimacija se izvodi u svakom vremenskom koraku i rezultat ovisi o trenutnom rasporedu čestica u susjedstvu.
- Čestične aproksimacije se izvode za sve izraze koji su povezani s funkcijama polja u parcijalnim diferencijalnim jednadžbama kako bismo izveli skup običnih diferencijalnih jednadžbi koje ovise samo o vremenu.

- Obične diferencijalne jednadžbe se rješavaju pomoću eksplicitnih integracijskih algoritama kako bi se postiglo brzo napredovanje simulacije i dobitne vrijednosti svih varijabli kroz vrijeme.

SPH diskretizira fluid u čestice, čija svojstva se „zaglađuju“ pomoću funkcije zaglađivanja što znači da samo susjedne čestice koje se nalaze unutar radiusa zaglađivanja utječu na svojstva čestice. Formulaciju metode SPH dijelimo u dva koraka. Prvi korak je integralna reprezentacija, a drugi korak je čestična aproksimacija. Čestična aproksimacija je korak u kojem integralnu reprezentaciju funkcije pretvaramo u sumu djelovanja susjednih čestica. Prema metodi hidrodinamike zaglađujućih čestica, skalarna veličina A interpolirana je na položaju r pomoću sume doprinosa svih čestica.

$$A_s(r) = \int A(r') W(r - r', h) dr' \approx \sum_j A_j \frac{m_j}{\rho_j} W(r - r_j, h)$$

M i ρ predstavljaju masu i gustoću j-te čestice. Funkciju W nazivamo jezgrenom zaglađujućom funkcijom. Za jezgenu funkciju[3] se odabire parna funkcija koja treba zadovoljavati nekoliko uvjeta.

Jezgrena funkcija mora biti normalizirana

$$\int W(r - r', h) dr' = 1.$$

Funkcija treba zadovoljavati svojstvo Diracove delta funkcije kada su udaljenost približava nuli

$$\lim_{h \rightarrow 0} W(r - r', h) = \delta(r - r').$$

Jezgrena funkcija iznosi nula izvan područja zaglađivanja

$$W(r - r', h) = 0 \text{ when } |r - r'| > \kappa h.$$

K je konstanta koja se odnosi na funkciju zaglađivanja u točki x i definira efektivnu površinu funkcije zaglađivanja. Zbog linearnosti derivacija utječe samo na jezgenu funkciju pa gradijent od A iznosi:

$$\nabla A(r) = \nabla \sum_j m_j \frac{A_j}{\rho_j} W(r - r_j, h) = \sum_j m_j \frac{A_j}{\rho_j} \nabla W(r - r_j, h)$$

Primjenjujući ova svojstva na Navier-Stokesove jednadžbe prvo trebamo naći prikaz gustoće fluida u ovisnosti o susjednim česticama do čega dolazimo tako da na mjesto proizvoljne veličine A uvrstimo gustoću ρ .

$$\rho(r_i) = \sum_j m_j \frac{\rho_j}{\rho_j} W(r - r_j, h) = \sum_j m_j W(r - r_j, h)$$

4.2 Sila tlaka

Formula za silu koja nastaje zbog tlaka koji djeluje na česticu glasi:

$$f_i^{pressure} = - \sum_j m_j \frac{p_i + p_j}{2\rho_j} \nabla W(r_i - r_j, h)$$

Budući da čestice posjeduju samo tri konstantne veličine(masa, pozicija i brzina), potrebno je najprije izračunati tlak. Tlak izračunavamo jednadžbom idealnog plina.

$$p = k\rho,$$

Gdje je k plinska konstanta koja ovisi o temperaturi. U simulacijama se često koristi modificirana verzija jednadžbe.

$$p = k(\rho - \rho_0)$$

4.3 Viskozna sila

Formula za viskoznu silu glasi:

$$f_i^{viscosity} = \mu \sum_j m_j \frac{v_j - v_i}{\rho_j} \nabla^2 W(r_i - r_j, h)$$

4.4 Površinska napetost

Na molekule u fluidu djeluju privlačne sile susjednih molekula. Unutar fluida te molekularne sile su jednake u svim smjerovima i poništavaju se, ali to nije slučaj na rubovima fluida. Rezultanta tih sile, koju nazivamo silom površinske napetosti djeluje

u smjeru normale prema površini fluida. Zbog toga fluid poprima oblik koji ima najmanju površinu(voda u bestežinskom stanju poprima oblik kugle). Površinska napetost ovisi i o koeficijentu napetosti σ . Površina fluida može se pronaći pomoću veličine polja koja iznosi 1 ako je prisutna čestica, a inače 0. To polje se naziva „color field“. Za polje „smoothed color field“[2] vrijednost računamo formulom

$$c_s(r) = \sum_j m_j \frac{1}{\rho_j} W(r - r_j, h).$$

Sila iznosi:

$$f^{surface} = -\sigma \nabla^2 c_s \frac{\nabla c_s}{|\nabla c_s|}$$

4.5 Vanjske sile

Na fluid djeluju vanjske sile poput gravitacijske sile i sila koje nastaju zbog sudara s preprekama. Ove sile izračunavamo direktno bez korištenja metode SPH. Za gravitacijsku silu koristimo formulu $F^{grav} = mg$, a kod sudara s preprekama ili rubovima terena samo reflektiramo vektor brzine oko normale koja je okomita na tijelo s kojim se fluid sudara.

5. Implementacija

Za simulaciju fluida korištena je metoda „Smoothed Particle Hydrodynamics“. Fluid je reprezentiran pomoću konačnog broja čestica, govorimo o Lagrangeovom modelu fluida. Za spremanje pozicije i brzine čestice sam koristio tip `glm::vec2` iz matematičke biblioteke `glm`(OpenGL Mathematics).

```
#pragma once
#include <glm/glm.hpp>
#include <vector>
class Particle {
public:
    glm::vec2 position;
    glm::vec2 speed;
    glm::vec2 force; //needed for integration
    float rho;
    float p;
    Particle **neighbours;
    float *neighboursDist;
    //int *neighbours;
    int numOfNeighbours;
    Particle(float x, float y) {
        position = glm::vec2(x, y);
        speed = glm::vec2(0.0f);
        force = glm::vec2(0.0f);
        rho = 0.0f;
        p = 0.0f;
    }
    Particle() {
    }
};
```

Slika 4 Klasa Particle

Čestica je u programu prikazana pomoću klase `Particle` čija je implementacija prikazana na slici 5. Kod integracije je potrebna gustoća i podatak kolika sila djeluje na česticu, pa uz brzinu i poziciju za svaku česticu spremamo i ta svojstva. Dodano je i polje pokazivača na susjedne čestice „`Particle **neighbours`“, te polje udaljenosti susjednih čestica „`float *neighboursDist`“. Ova polja su korištena jer se tijekom svakog koraka nekoliko puta pojavljuje potreba za pronašlaskom susjeda i njihovih udaljenosti na što se troši velika količina procesorskog vremena. Dodavanjem ovih polja svakoj čestici povećali smo potrebu za memorijom, ali memorija i dalje nije problematična, a

brzina izvođenja programa se udvostručila. Kretanje čestica fluida određeno je silom, brzinom, tlakom, gustoćom. Ove vrijednosti potrebno je izračunati za svaku česticu. Izračun položaja čestica i njihovih svojstava za svaku novu sliku podijeljeni su u tri metode: izračun tlaka i gustoće čestice(ComputeDensityPressure), izračun sila(ComputeForces) i integracija(Integrate). Nakon što izračunamo sve vrijednosti crtamo sliku na ekran. Za crtanje koristimo aplikacijsko programsko sučelje OpenGL. U metodi „Compute Density Pressure“ gustoću računamo:

$$particles[i].rho = \sum_j MASS \text{ POLY6 } (H^2 - particles[i].neighboursDist[j]^2)^3$$

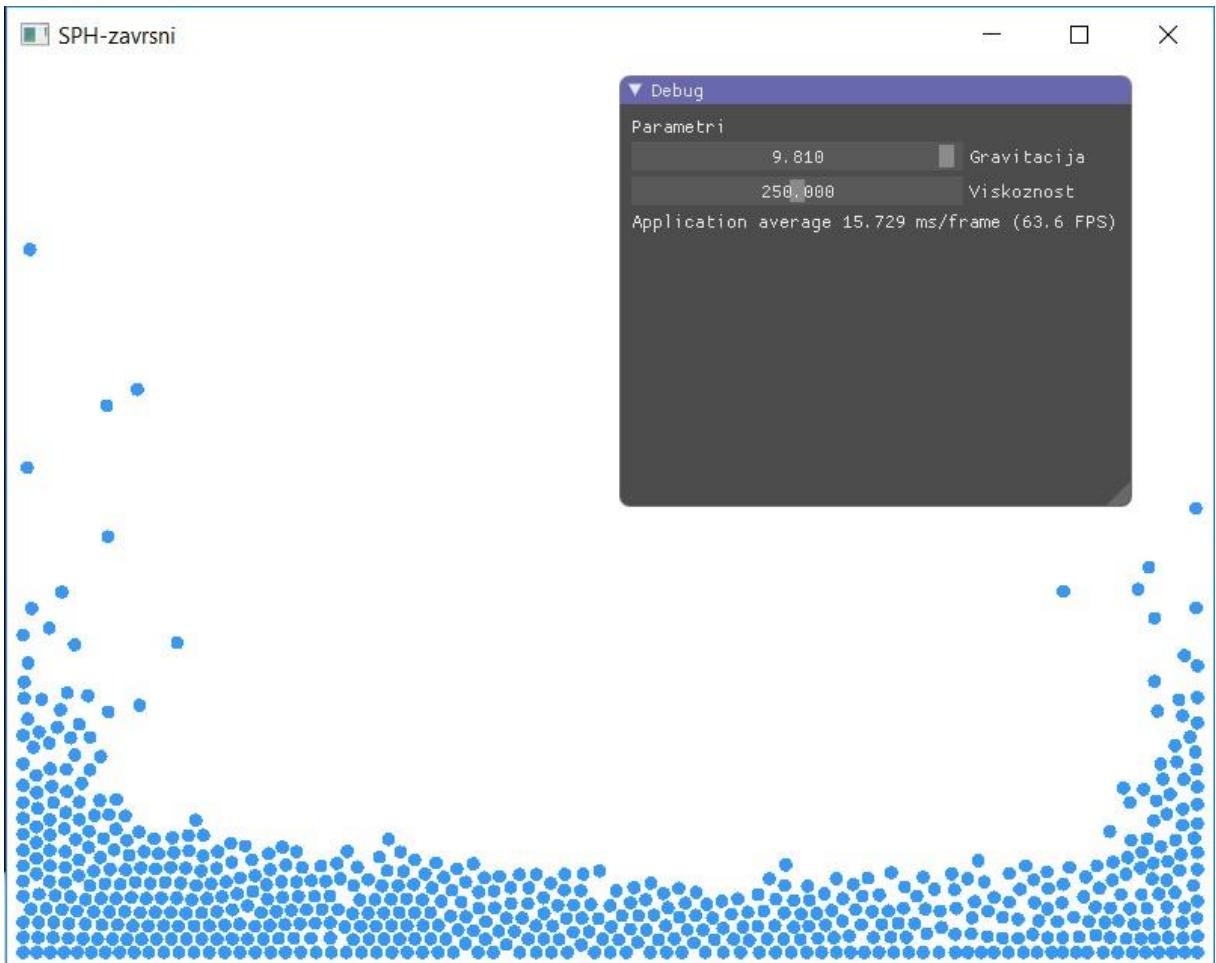
, a tlak formulom

$$particles[i].p = k(\rho - \rho_0).$$

Nakon toga u metodi ComputeForces izračunavamo viskoznu silu, silu tlaka i gravitacijsku silu na svaku od čestica. Gravitacijska sila jednaka produktu koeficijenta gravitacije i ubrzanju sile teže. Viskozna sila jednaka je zbroju viskoznih sila čestice sa svakom susjednom česticom.

$$f_i^{viscosity} = \mu \sum_j m_j \frac{\nu_j - \nu_i}{\rho_j} \nabla^2 W(r_i - r_j, h)$$

Proporcionalna je s razlikom brzina čestica, a obrnuto proporcionalna gustoći čestice j . Laplacian nam daje veću vrijednost kada je udaljenost između dvije čestice manja, a u slučajevima kada je udaljenost između čestica veća od radijusa zaglađivanja iznos mu je nula pa iz tog razloga provodimo račun samo s poljem susjednih čestica koje se nalaze unutar radijusa h od čestice na kojoj trenutno računamo iznos sile. Viskozna sila ovisi i o koeficijentu dinamičke viskoznosti. U programu je moguće za vrijeme izvođenja mijenjati koeficijent viskoznosti i ubrzanje sile teže te tako možemo promatrati kako ove veličine utječu na gibanje fluida što se može vidjeti na slici 5.



Slika 5 Izvođenje razvijene aplikacije

Zadnji korak prije iscrtavanja slike na ekran je integracija. Nakon što nam je „SPH“ izračunao približne vrijednosti gustoće i sila koje djeluju na čestice u svakom trenutku možemo koristiti neku od metoda numeričke integracije kako bismo izračunali brzine i došli do novih položaja čestica.

$$a_{x+1} = \ddot{x} = \frac{F_{total}}{m}$$

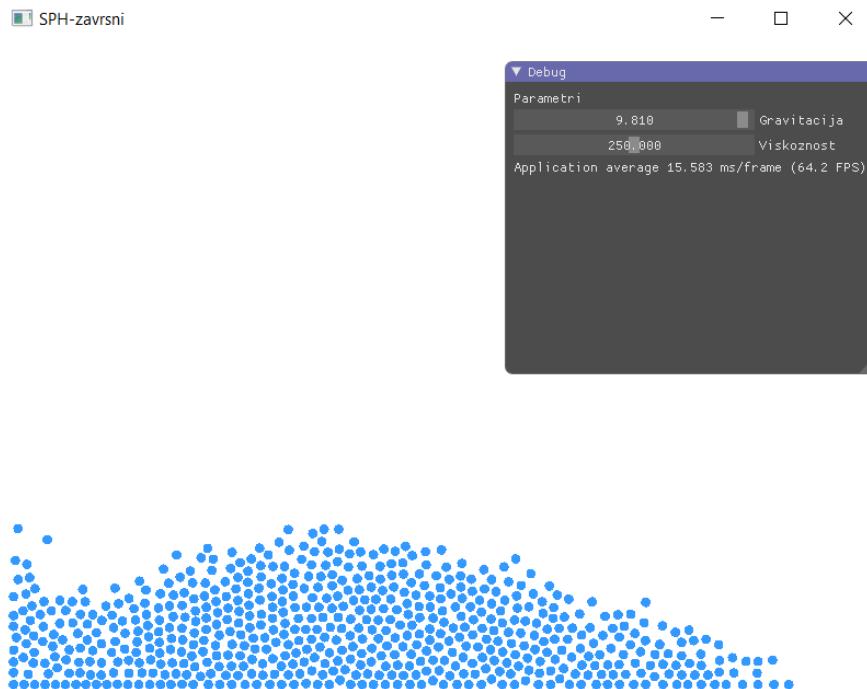
U programu simuliramo tok vode koja je nestlačiv fluid što znači da joj je volumen konstantan. Smatramo da je volumen jedne čestice iznosi jedan što znači da su iznos gustoće i mase čestice jednaki pa zbog toga kod izračuna akceleracije na mjestu mase čestice uvrštavamo njenu gustoću. Nakon toga primjenjujemo Eulerovu metodu. Eulerova metoda je metoda za numeričko rješavanje diferencijalnih jednadžbi prvog reda. U metodi „Integrate“ pomoću sljedećih jednadžbi izračunavao brzinu i poziciju čestice.

$$\dot{x}_{t+1} = \dot{x}_t + \Delta t \ddot{x}_{t+1} = \dot{x}_t + \Delta t \frac{F_{total}}{\rho}$$

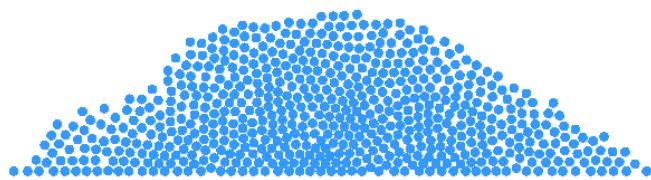
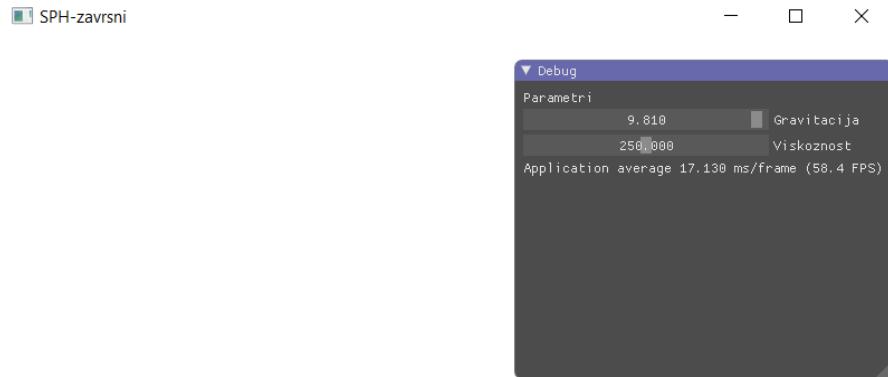
$$\ddot{x}_{t+1} = \ddot{x}_t + \varDelta t \; \dot{x}_{t+1}$$

6. Rezultati izvođenja i moguća proširenja programa

Razvijenu aplikaciju sam testirao na prijenosnom računalu s procesorom Intel i7-8550u i osam gigabajta radne memorije. Da bismo mogli izračunati sile moramo za svaku česticu proći kroz polje svih čestica kako bismo pronašli čestice koje se nalaze unutar radiusa zaglađivanja i utječu na česticu koju promatramo, pa je zbog toga složenost ovog algoritma $O(n^2)$, gdje n predstavlja broj čestica. Aplikacija dobro radi s 800 čestica, a s 1000 čestica dolazi do velikog usporenja programa i više nije pogodna za izvođenje u stvarnom vremenu. Brzina izvođenja se može poboljšati dodavanjem polja u kojem bi se za određenu lokaciju u prostoru nalazila referenca na česticu koja se nalazi na toj poziciji. Tako bi se smanjila složenost i povećala brzina izvođenja programa. Simulacija je jako osjetljiva na promjenu parametara pa samo malom promjenom nekog parametra dolazi do drugačijeg ponašanja fluida. Gibanje fluida ovisi o tlaku koji različito djeluje na svaku česticu. Jednadžba stanja plina $p = k(\rho - \rho_0)$ ovisi o gustoći mirovanja fluida ρ_0 i konstanti tlaka k. Povećanjem konstante tlaka k dolazi do većih odbojnih sila između čestica fluida i između čestica dolazi do većeg razmaka(slika 6), a smanjenjem konstante odbojne sile postaju manje i čestice postaju zbijenije što se vidi na slici 7.



Slika 6 Izvođenje uz k=10000



Slika 7 Izvođenje uz k=1000

Isti utjecaj na izvođenje ima i promjena parametra ρ_0 koji predstavlja gustoću mirovanja. Osim ubrzanja postoji i niz drugih promjena i proširenja koja bi poboljšala ovu aplikaciju, a najzanimljivijim se čini proširenje na rad u tri dimenzije. Za rad u 3D potrebno je proširiti izračun brzine i sila u tri dimenzije i trebalo bi ponovno prilagoditi parametre.

7. Zaključak

Simulacija fluida je važno i zanimljivo područje računalne grafike. Fluidi se nalaze svuda oko nas i primjena simulacija je vrlo široka od računalnih igara i specijalnih efekata u filmskoj industriji do virtualnih operacija u medicini, virtualnih simulatora letenja i mnogih drugih. Za izvođenje tih simulacija potreban je jako velik broj operacija što računalo često ne može pratiti pa se time narušava svojstvo rada u stvarnom vremenu. Potrebno je smanjiti broj operacija i zbog toga se mnoge vrijednosti spremaju u memoriju kako ih se ne bi računalo više puta, a u slučajevima kada aplikacija treba omogućavati rad u stvarnom vremenu koriste se manje zahtjevne simulacije, ali to dovodi i do njihove manje preciznosti. Osnovu svih metoda čine Navier-Stokesove jednadžbe. Integralne jednadžbe se pojednostavljaju korištenjem hidrodinamike zaglađujućih čestica. Budući da tlak nije uvijek jednak kod dvije čestice sile koje nastaju zbog tlaka nisu simetrične pa kod metode SPH treba obratiti pozornost na očuvanje trećeg Newtonovog zakona. Da bi simulacija fluida bila što realnija dodaje se površinska napetost koja nije opisana Navier-Stokesovim jednadžbama. Za izračunavanje površinske napetosti potrebno je doći do površine fluida za što se koristi polje „color field“. Simulacije su osjetljive na promjenu parametara i promjena samo jednog parametra dovodi do narušavanja izvedbe pa treba paziti na njihovu međuvisnost prilikom mijenjanja.

8. Literatura

- [1] Zdravko Virag, Mario Savar, Ivo Džijan Mehanika fluida I i II: predavanja, 2017
- [2] Matthias Muller, David Charypar, Markus Gross, Particle-Based Fluid Simulation for Interactive Applications, SIGGRAPH Symposium on Computer Animation(2003)
- [3] G. R. Liu, M. B. Liu, Smoothed Particle Hydrodynamics a meshfree particle method, 2003
- [4]<https://software.intel.com/en-us/articles/fluid-simulation-for-video-games-part-1>
Michael J. Gourlay, datum pristupanja 13.06.2018

9. Sažetak

Ovaj rad se bavi simulacijom fluida u stvarnom vremenu. Opisani su Eulerov i Lagrangeov fluid, njihove prednosti i nedostaci. Detaljnije je opisana metoda hidrodinamike zaglađujućih čestica, interpolacijska metoda koja fluid opisuje skupinom diskretnih čestica. Ovom metodom ostvarena je simulacija nestlačivog fluida. Za implementaciju je korišten programski jezik c++ i biblioteke glfw, glm i ImGui. U radu su opisani najvažniji dijelovi programskog koda i utjecaji parametara na rezultate simulacije.

Ključne riječi: simulacija, mehanika fluida, hidrodinamika zaglađujućih čestica, Eulerov fluid, Lagrangeov fluid, SPH

10. Abstract

This report presents fluid simulations in real time. It describes Euler and Lagrange fluid, their advantages and disadvantages. Smoothed particle Hydrodynamics method is described in more details. SPH is an interpolation method for particle systems. This method is used to make simulation of incompressible fluid. Application is written using c++ and libraries glfw, glm and ImGui. Report describes most important parts of source code and influence of parameters on simulation.

Key words: simulation, fluid mechanics, Euler fluid, Lagrange fluid, Smoothed particle Hydrodynamics, SPH