

3. Crtanje i popunjavanje konveksnog poligona

3.1. Zadavanje poligona

Geometrijski i topološki podaci određuju poligon, slika 3.1. Geometrijski podaci su koordinate n vrhova poligona,

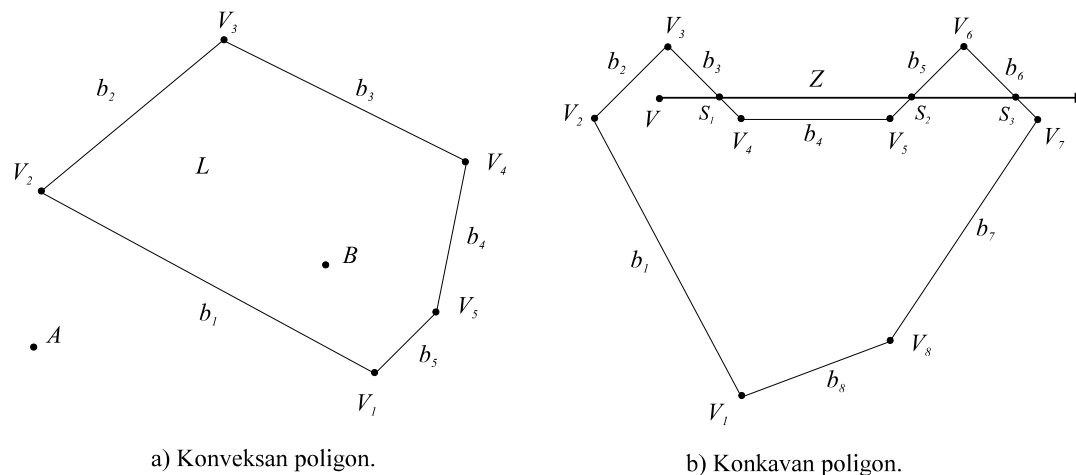
$$V_i = (x_i, y_i, h_i), \quad i = 1 \dots n.$$

Topološke podatke predstavlja popis vrhova poligona,

$$L = (V_i), \quad i = 1 \dots n.$$

Redosljed vrhova u popisu L može biti u smjeru kazaljke na satu ili suprotan smjeru kazaljke na satu. Na primjer, za poligon na slici 3.1.a, to je

$$L = (V_1 V_2 V_3 V_4 V_5) \text{ ili } L = (V_1 V_5 V_4 V_3 V_2).$$



Slika 3.1. Poligoni.

Jednadžba pravca u kome leži brid b_i poligona L , ili kraće jednadžba brida b , određena je vektorskim produktom početnog i završnog vrha brida,

$$\begin{aligned} b_i &= V_i \times V_{i+1}, & i &= 1 \dots n-1, \\ b_n &= V_n \times V_1, & i &= n. \end{aligned} \quad (3.1)$$

3.2. Provjera orijentacije bridova

Redosljed vrhova u popisu može biti zahtijevan kao ulazni podatak, ali i ne mora. Uz pretpostavku da je redosljed vrhova u popisu u smjeru kazaljke na satu, za konveksan poligon vrijedi kriterij:

$$(\forall i)(V_j b_i < 0), \quad \begin{aligned} j &= i + 2 \text{ za } i \leq n - 2, \\ j &= i + 2 - n \text{ za } i > n - 2. \end{aligned} \quad i = 1 \dots n, \quad (3.2)$$

Ako se traži redosljed vrhova u popisu u smjeru kazaljke na satu, a kriterij 3.2.

nije ispunjen potrebne su ispravke:

- okrenuti redoslijed vrhova u popisu,
- ponoviti računanje koeficijenata jednadžbi bridova.

3.3. Ispitivanje odnosa točke i poligona

Za konveksan poligon provjeru orijentacije bridova možemo načiniti na slijedeći način. Točka A je izvan poligona L , slika 3.1.a, jer zadovoljava kriterij

$$(\exists i)(Ab_i > 0), i = 1..n. \quad (3.3)$$

Točka B je unutar poligona L jer zadovoljava kriterij

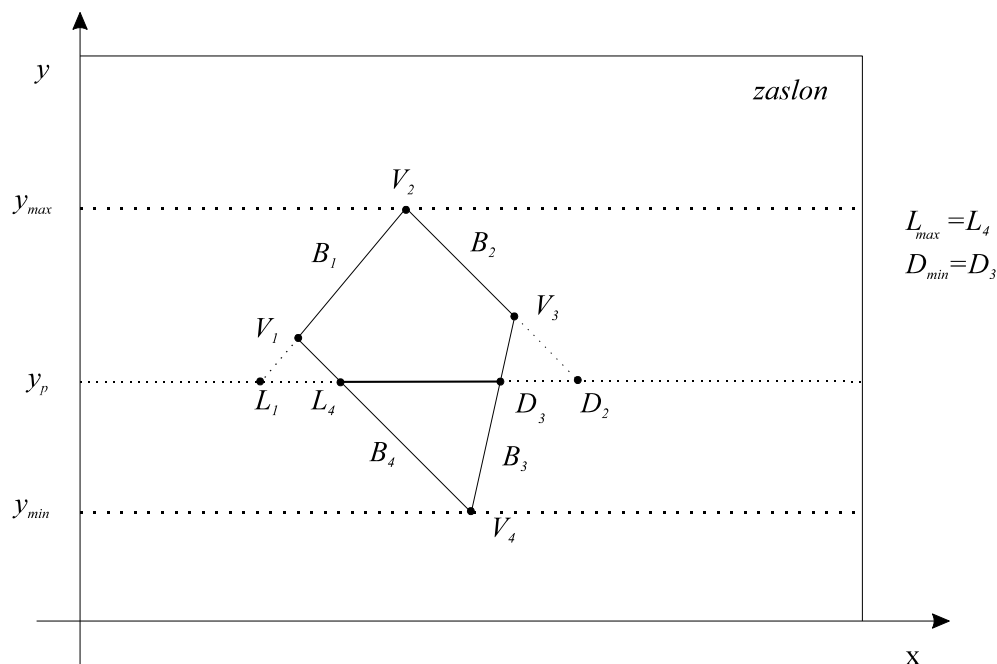
$$(\forall i)(Bb_i < 0), i = 1..n. \quad (3.4)$$

3.4. Bojanje konveksnog poligona

Brid poligona b_i određen je početnim vrhom V_i i završnim vrhom V_{i+1} . Bridove poligona treba razvrstati na "lijeve" i "desne" bridove po načelu:

- ako vrijedi $y_i < y_{i+1}$ brid je lijevi,
- ako vrijedi $y_i > y_{i+1}$ brid je desni.

Odrediti sva sjecišta lijevih i desnih bridova s linijom prikaza y_p , slika 3.2. Pronaći L_{max} , sjecište lijevih bridova s najvećom x koordinatom. Pronaći D_{min} , sjecište desnih bridova s najmanjom x koordinatom. Obojiti dio linije prikaza L_{max} , D_{min} . Postupak ponoviti za sve linije prikaza. U slučaju $L_{max} > D_{min}$ poligon je ispod ili iznad linije prikaza y_p . Područje odabira linije prikaza možemo ograničiti na područje poligona tj. između y_{min} i y_{max} .



Slika 3.2. Bojanje konveksnog poligona.

3.5. Radni zadatak

1. Zadati koordinate n vrhova konveksnog poligona, uz redoslijed vrhova u smjeru kazaljke na satu.
2. Iscrtati poligon na zaslonu.
3. Izračunati koeficijente jednadžbi bridova.
4. Zadati koordinate točke V i ispitati odnos točke V i poligona.
5. Obojiti poligon.

3.6. Rješenje radnog zadatka

1. Interaktivno mišem zadati x y koordinate vrhova (ili pročitati iz datoteke), $x(i)$, $y(i)$, $i = 0, n-1$. Redoslijed vrhova neka je u smjeru kazaljke na satu. Odrediti y_{min} , y_{max} , x_{min} , x_{max} .
3. Postaviti $x(n)=x(0)$, $y(n)=y(0)$,
4. Iscrtati poligon.
5. Izračunati koeficijente jednadžbi bridova.

$$a(i) = y(i) - y(i+1),$$

$$b(i) = -x(i) + x(i+1), \quad i = 0, n-1$$

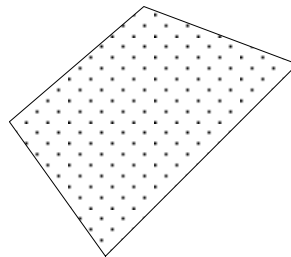
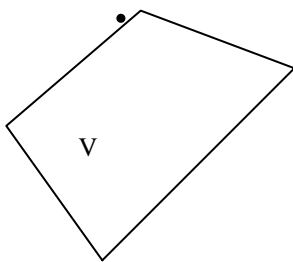
$$c(i) = x(i) \cdot y(i+1) - x(i+1) \cdot y(i).$$
6. Interaktivno mišem zadati x y koordinate točke $V(x_1, y_1)$.
7. Ispitati odnos točke V i poligona.
Ako postoji barem jedan brid tako da vrijedi
 $x_1 a(i) + y_1 b(i) + c(i) > 0$, $i = 0, n-1$ točka V je izvan poligona,
inače, točka V je unutar poligona.
8. Bojanje poligona.
Za sve ispitne linije $Y_o = y_{min}, y_{max}$ izvesti korake 9-15. Ići na korak 16.
9. Postaviti $L = x_{min}$, $D = x_{max}$.
10. Za $i = 0, n-1$ ponavljati korake 11-14. Ići na korak 15.
 11. Ako je $A(i)=0$ ne izvoditi korake 12 -14.
 12. Računati x koordinatu sjecišta ispitne linije y_0 i i -tog brida,
 $x_j = [-b(i) y_0 - c(i)] / a(i)$.
 13. Lijevi brid.
Ako je $y(i) < y(i+1)$ tada ako je $x_j > L$ postaviti $L = x_j$.
 14. Desni brid.
Ako je $y(i) \geq y(i+1)$ tada ako je $x_j < D$ postaviti $D = x_j$.
15. Ako je $L < D$ iscrtati liniju (L, y_0) , (D, y_0) .
16. Kraj.

Rezultati

Interaktivno mišem zadati proizvoljne točke (ili pročitati iz datoteke)

Npr:

Broj vrhova poligona:	4
Koordinate vrha 1:	50 200
Koordinate vrha 2:	150 350
Koordinate vrha 3:	300 150
Koordinate vrha 4:	100 50
Koordinate ispitne točke:	150 200



TOČKA V JE UNUTAR POLIGONA !

TOČKA V JE IZVAN POLIGONA !