6. Prikaz prostornih krivulja postukom Beziera

Bezierove krivulje možemo definirati na dva načina. U slučaju korištenja gibanja vrha otvorenog sastavljenog poligona krivulju definiramo Bezierovim težinskim funkcijama. Drugi slučaj je kada su težinske funkcije vezane uz vrhove kontrolnog poligona i definirane su Bernstein-ovim polinomima.

6.1 Bezierove krivulje definirane Bezierovim težinskim funkcijama

Krivulja Beziera definirana Bezierovim težinskim funkcijama je:

$$\mathbf{p}(t) = \sum_{i=0}^{n} \mathbf{a}_i f_{i,n}(t) \tag{1}$$

gdje su:

- $\mathbf{p}(t)$ točke na krivulji (vektorski zapis x(t), y(t), z(t)),
- $\mathbf{a}_i$ vektori kontrolnog poligona (između točke koje zadajemo),
- $f_{i,n}$ bazne (težinske) funkcije stupnja n.

Bazne funkcije definirane su polinomima:

$$f_{i,n} = \frac{(-t)^i}{(i-1)!} \frac{d^{i-1}\Phi_n(t)}{dt^{i-1}}, \qquad \Phi_n(t) = \frac{1-(1-t)^n}{-t} \qquad i = 1 \,..\, n \tag{2}$$

ili rekurzivnom formulom:

$$f_{i,n}(t) = (1-t) f_{i,n-1}(t) + t\, f_{i-1,n-1}(t), \qquad f_{0,0}(t) = 1,\ f_{k+1,k}(t) = 0,\ f_{-1,k}(t) = 1 \tag{3}$$

6.2 Bezierove krivulje definirane polinomima Bernsteina

Krivulja Beziera definirana Bernsteinovim težinskim funkcijama je:

$$\mathbf{p}(t) = \sum_{i=0}^{n} \mathbf{r}_i b_{i,n}(t) \tag{4}$$

gdje su:

- $\mathbf{p}(t)$ točke na krivulji (vektorski zapis x(t), y(t), z(t)),
- $\mathbf{r}_i$ vrhovi kontrolnog poligona (točke koje zadajemo),
- $b_{i,n}$ bazne (težinske) funkcije stupnja n.

Bazne funkcije definirane su Bernsteinovim polinomima:

$$b_{i,n} = \frac{n!}{i!(n-i)!} t^i (1-t)^{n-i} \tag{5}$$

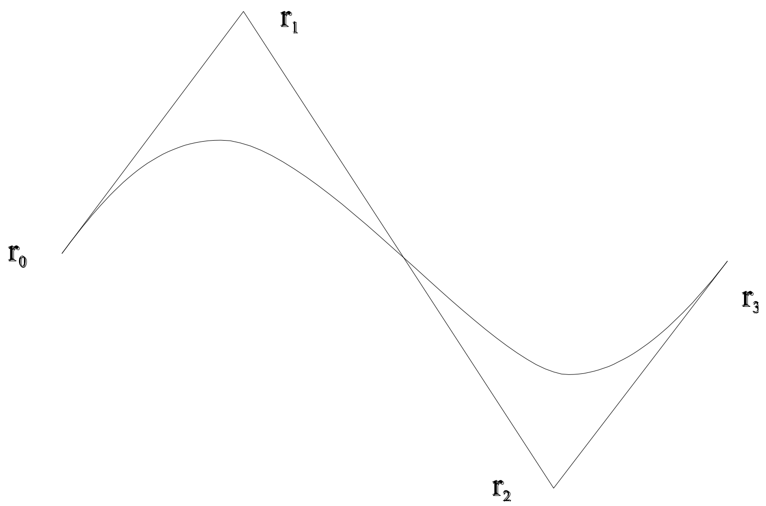
Primjer težinskih funkcija za četiri kontrolne točke (kubna krivulju):

$$b_{0,3} = (1-t)^3$$

$$b_{1,3} = 3t(1-t)^2$$

$$b_{2,3} = 3t^2(1-t)$$

$$b_{3,3} = t^3$$



Slika 1. Primjer krivulje zadane sa četiri točke.

6.3 Radni zadatak:

1. Učitati iz datoteke n+1 točku kontrolnog poligona.
2. Iscrtati poligon.
3. Mijenjati parametar *t* od nule do jedan s korakom 0,01.
4. Prema formuli (4) i (5) za svaki *t* odrediti koordinate x(t), y(t) i z(t) krivulje, te iscrtati točke.
5. Napraviti malu animaciju. Očište pomicati po dobivenim točkama krivulje x(t), y(t) i z(t) te gledati u središte objekta učitanog kao u prethodnoj vježbi. Iscrtavati žičnu formu objekta za svaki *t* uz uklanjanje stražnjih poligona. Uklanjanje stražnjih poligona ostvariti na osnovi provjere kuta između vektora normale i vektora prema promatraču.
   (poglavlje 8.2 iz knjige http://www.zemris.fer.hr/predmeti/irg/knjiga.pdf)