

6 Detekcija sudara (engl. collision detection)

- detekcije sudara objekata u pokretu potrebna je jer
 - objekti inače prolaze jedan kroz drugi
 - jako važno kod fizikalni temeljenih simulacija – potreban je odziv na sudar (elastično/plastično) odbijanje objekta
 - povećanje realnosti doživljaja http://alteredqualia.com/xg/examples/animation_physics_ammo.html
 - želimo gibanje jednog objekta po površini drugog (auto) – detekcija kontakta
 - proračun povratne sile (engl. force feedback)
 - izračun osjeta dodira (engl. haptic interaction)
- kod složenih objekata otkrivanje točke sudara vrlo je vremenski zahtijevano
- ovaj proračun je važan kod simulacije strojne obrade površine (glodalica)
 - potrebno je odrediti kada i gdje alat dira površinu
 - da li može pristupiti površini i pod kojim kutom

- animacije kod kojih se koristi detekcije sudara
 - kod fizikalno temeljenih animacija - poseban izazov kod konkavnih objekata
<http://chandlerprall.github.io/Physijs/examples/compound.html>
 - kod interaktivnog gibanja korisnika (igre, VR)
- fizikalno temeljene simulacije – numerički postupak integracije
 - određivanje pozicije objekta u slijedećem vremenskom trenutku - sudara, proračun je potrebno obaviti prije pomicanja objekta (predviđanje)
 - određivanje sjecišta putanja objekata (da li i kada će se sudariti)
 - <https://mrdoob.com/projects/chromeexperiments/google-gravity/>

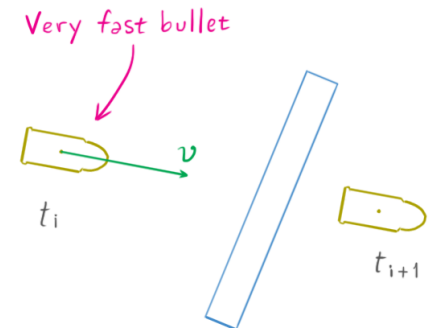
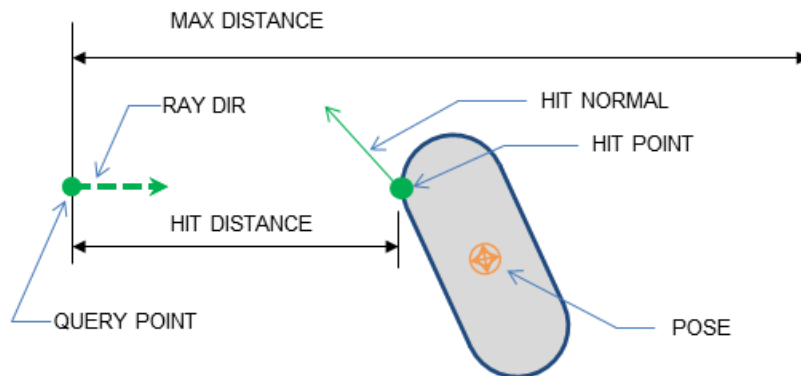
npr. Nvidia PhysX za definiranu udaljenost MaxDistance prati sudare (sweep query)

- lančani utjecaj na ostale objekte

<http://el-ement.com/etc/oimo/demos/>

- određivanje dubine prodora i minimalne udaljenosti, određivanje kontakta

<http://schtenne.github.io/n2.is/demos/collisions.html> AABB. Cont



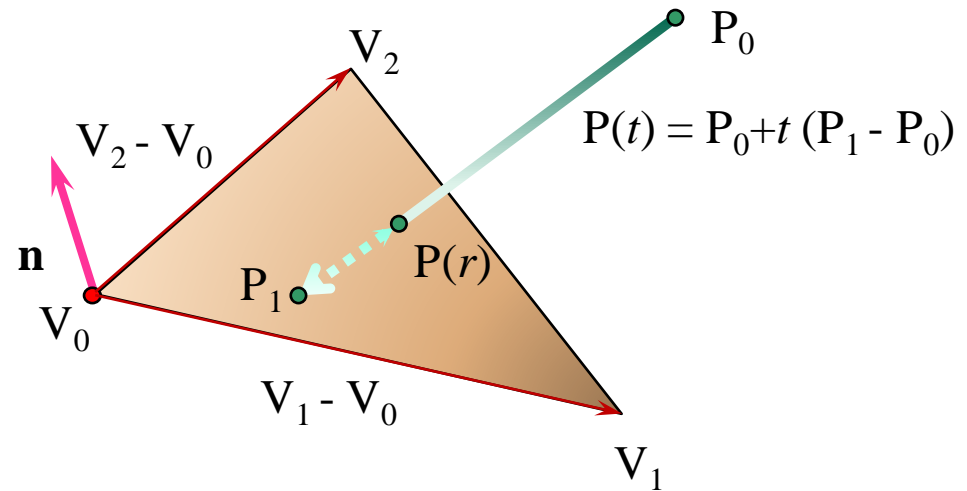
- nedostaci ljudske percepcije kod detekcije sudara
 - ljudi su neuobičajeno loši u određivanju kolizije dva složena objekta, procjenjujemo koliko oko auta ima prostora (na 10 cm)
 - što je više potencijalnih sudara i što se brže dešavaju, teže procjenjujemo
 - u igrama, igrači obično ne vide sami sebe
 - prilično smo loši u predviđanju reakcije sudara
- http://www.magicsgmt.com/gary/oi_whichconnects/
- http://schteppe.github.io/cannon.js/examples/threejs_cloth.html
- osnovni principi
 - prvo se koriste brzi jednostavni testovi kojima ćemo eliminirati potencijalne kolizije (široka faza – broad phase), a zatim vremenski zahtjevni
 - upotreba što jednostavnijih geometrijskih oblika – omeđujućih volumena BV (zastupnika) - za aproksimaciju složenih geometrija (engl. proxy)
 - strukture podataka u kojima je lako odrediti lokalnost i susjedstvo (engl. acceleration data structures ADS)
 - ako se koristi graf scene, omeđujućí volumeni se vežu uz geometrije
 - svojstvo male promjene između susjednih vremenskih trenutaka
- primjena
 - igre – važna je brzina, točnost je sporedna
http://alteredqualia.com/xg/examples/animation_physics_level.html (Chrome)
 - simulacija robota, glodalice – važna je točnost

6.1 Određivanje sjecišta

- <https://stemkoski.github.io/Three.js/Collision-Detection.html> A
- ispitivanje da li je vrh jednog objekta unutar drugog
 - postupak ispitivanja da li je točka unutar konveksnog tijela
 - postupak ispitivanja da li je točka unutar konkavnog tijela
 - kugle (sfere) su često korištene, računanje udaljenosti do središte kugle
- ispitivanje sjecišta trokutnih mreža
 - ispitivanje sjecišta brida i trokuta

$$\mathbf{n} = (\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_0) \times (\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_0)$$

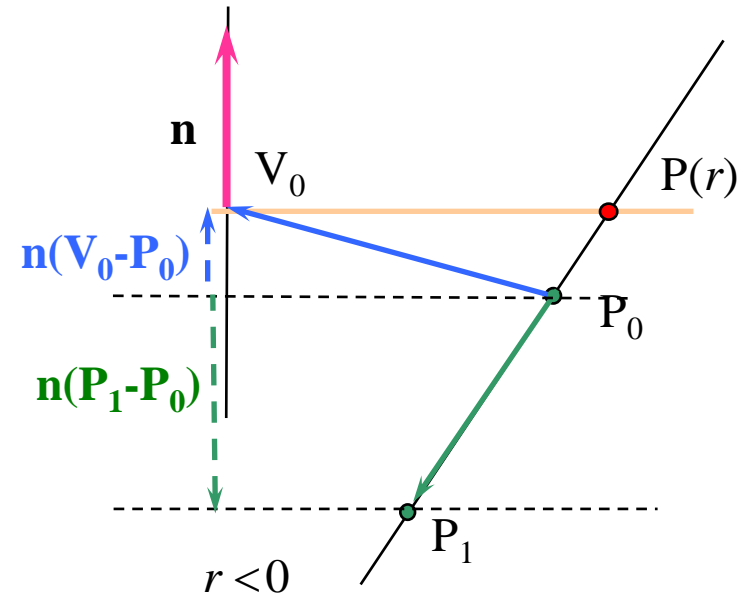
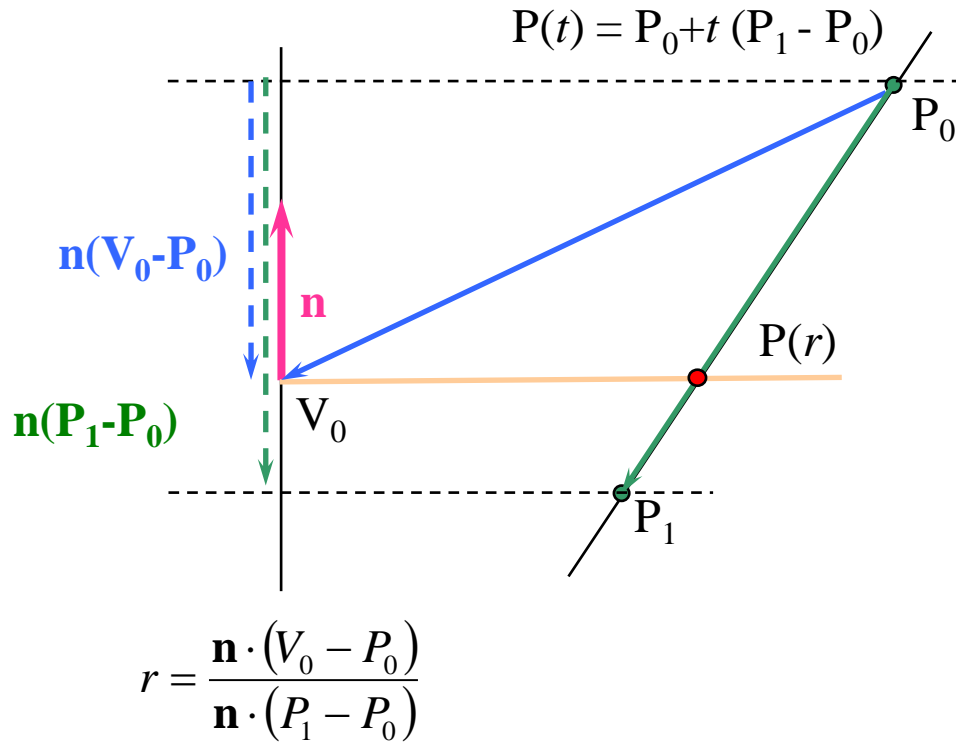
$$r = \frac{\mathbf{n} \cdot (\mathbf{V}_0 - \mathbf{P}_0)}{\mathbf{n} \cdot (\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_0)}$$



ako je $\mathbf{n} \cdot (\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_0) = 0$ pravac (brida) je paralelan s ravninom (trokuta)

ako je $0 \leq r \leq 1$ segment siječe trokut u točki $\mathbf{P}(r)$

Sjecište



ako je $\mathbf{n} \cdot (P_1 - P_0) = 0$ pravac (brida) je paralelan s ravninom (trokuta)

ako je $0 \leq r \leq 1$ segment siječe trokut u točki $P(r)$

- ispitivanje je li točka $P(r)$ je unutar trokuta $\mathbf{T}(V_0 V_1 V_2)$

parametarska jednažba ravnine je

$$\mathbf{V}(u, v) = (\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_0) u + (\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_0) v + \mathbf{V}_0 = \vec{v}_{10} u + \vec{v}_{20} v + \mathbf{V}_0$$

točka će biti u trokutu \mathbf{T} ako je $(0 \leq u)$ i $(0 \leq v)$ i $(u+v \leq 1)$

za poznatu točku $P(r)$ možemo odrediti u i v :

$$w = P(r) - V_0$$

$$u = \frac{w \cdot (n \times \vec{v}_{20})}{\vec{v}_{10} \cdot (n \times \vec{v}_{20})} \quad \text{ili} \quad u = \frac{(\vec{v}_{10} \cdot \vec{v}_{20})(w \cdot \vec{v}_{20}) - (\vec{v}_{20} \cdot \vec{v}_{20})(w \cdot \vec{v}_{10})}{(\vec{v}_{10} \cdot \vec{v}_{20})^2 - (\vec{v}_{10} \cdot \vec{v}_{10})(\vec{v}_{20} \cdot \vec{v}_{20})}$$

$$v = \frac{w \cdot (n \times \vec{v}_{10})}{\vec{v}_{20} \cdot (n \times \vec{v}_{10})} \quad \text{ili} \quad v = \frac{(\vec{v}_{10} \cdot \vec{v}_{20})(w \cdot \vec{v}_{10}) - (\vec{v}_{10} \cdot \vec{v}_{10})(w \cdot \vec{v}_{20})}{(\vec{v}_{10} \cdot \vec{v}_{20})^2 - (\vec{v}_{10} \cdot \vec{v}_{10})(\vec{v}_{20} \cdot \vec{v}_{20})}$$

gdje je \cdot skalarni i \times vektorski produkt

ako je nazivnik nula, radi se o degeneriranom trokutu

- ispitivanje sjecišta dvaju trokuta

za trokut T_b potrebno je ustanoviti da točke ne leže s iste strane ravnine određene trokutom T_a , neka točka P_0 leži s jedne a P_1 i P_2 s druge strane (pretpostavimo da te ravnine nisu koplanarne)

potrebno je odrediti, prethodnim postupkom sjecište S_{b1} brida P_0P_1 s trokutom T_a i sjecište S_{b2} brida P_0P_2 s trokutom T_a tj. sjecišta koja su unutar $S_b = (S_{b1})$

i na sličan način S_{a1}, S_{a2} tj. $S_a = (S_{a2})$

ako su skupovi prazni trokuti se ne sijeku

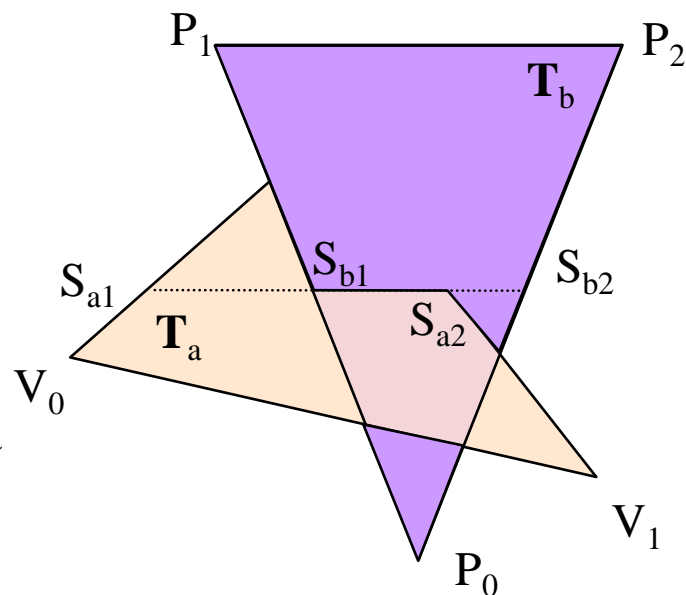
inače $S_a S_b$ određuju presjek

brži postupak je

nalaženje pravca koji je presjek dviju ravnina
parametarsko određivanje intervala segmenata
(samo parametara)

određivanje preklapanja

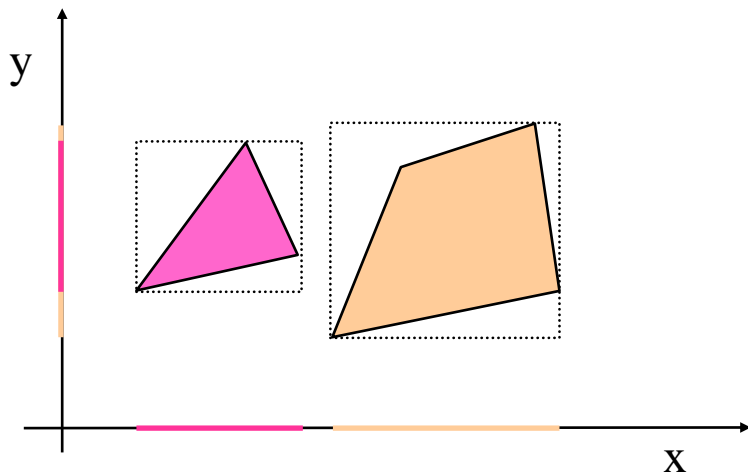
$S_a = (S_{a1}, S_{a2})$ i $S_b = (S_{b1}, S_{b2})$



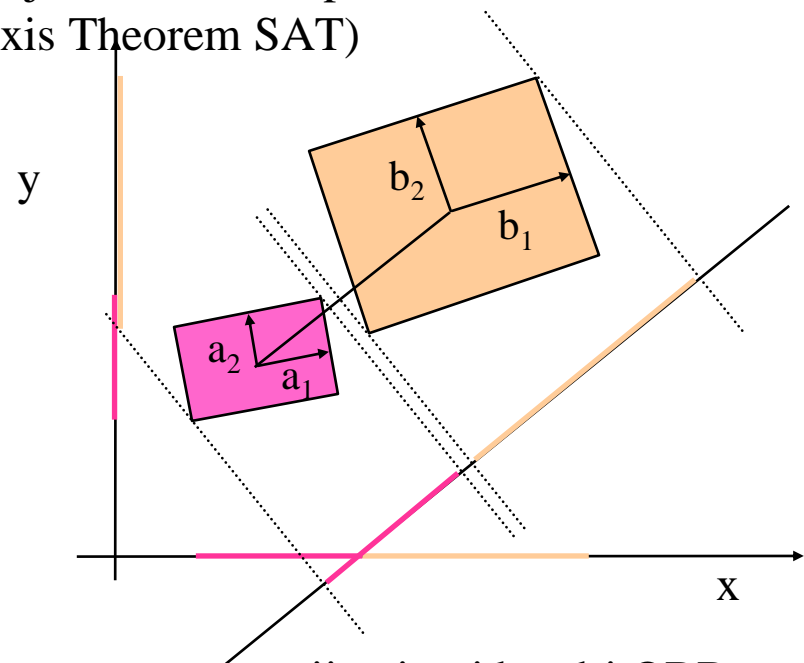
6.2 Optimizacijske strukture podataka

- zbog velike složenosti objekata (dijelova objekata) koriste se
 - omeđujući volumeni (engl. bounding volumes BV)
 - sfere (kugle - jednostavan izračun)
 - kvadri (pravokutnici 2D)
 - poravnati s koordinatnim osima (AABB Axis aligned bounding box)
 - <https://stemkoski.github.io/Three.js/Collision-Detection.html> (strelice, a,d - pise Hit)
 - http://xeogl.org/examples/#effects_demo_hoverToShowAABB
 - orijentirani (OBB Oriented bounding box)
 - https://threejs.org/examples/webgl_math_obb
 - cilindri (s kuglama - kapsule)
 - trokutne (poligonalne) mreže
 - hijerarhijske strukture omeđujućih konveksnih volumena (BV-trees, BVH) kojima aproksimiramo model
 - različite razine složenosti tijela (LOD level of detail)
 - druge struktura podataka (npr. BSP)
- prednosti
 - postupak ispitivanja uz omeđujući volumen je vremenski manje zahtijevan
- osnovni kompromis u odabiru omeđujućeg volumena je između
 - što manjeg broja poligona
 - što bolja obuhvaćenost objekta <https://playground.babylonjs.com/#KQV9SA#0>

- omeđujućim volumenima ispitujemo da li se tijela potencijalno sijeku
 - npr. minmaks provjere (uklanjanje skrivenih linija i površina) AABB
http://mozdevs.github.io/gamedev-js-3d-aabb/api_point.html [AABB](#)
<http://el-ement.com/etc/oimo/demos/> T E
 - provjera presjeka orijentiranih kvadara OBB [OBB](#)
 - <http://chandlerprall.github.io/Physijs/examples/jenga.html>
 - ispitivanje se često svodi na smanjenje dimenzije s 3D na 2D i 1D kako bi ustanovili da li se tijela sijeku
 - ispitivanje da li su (konveksni) objekti linearni separabilni, možemo li ih odvojiti ravninom (Separating Axis Theorem SAT)



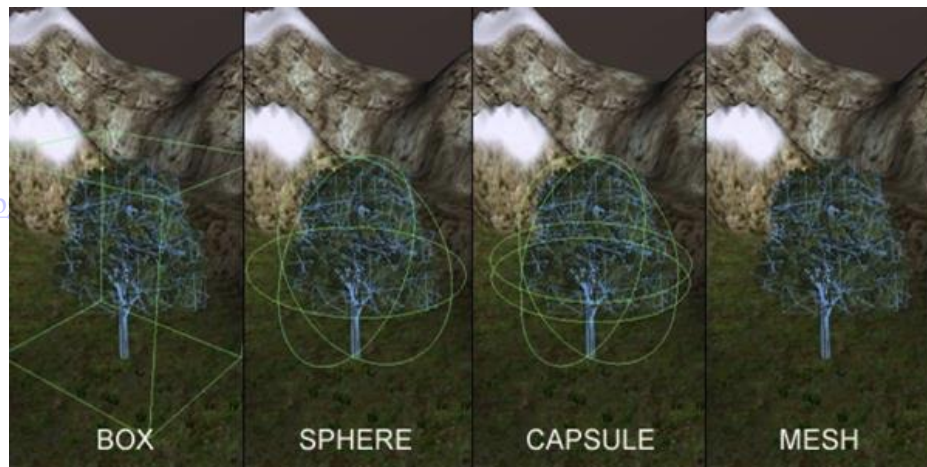
poravnati s koordinatnim osima AABB
 „rect-test”(engl. rectangle test)



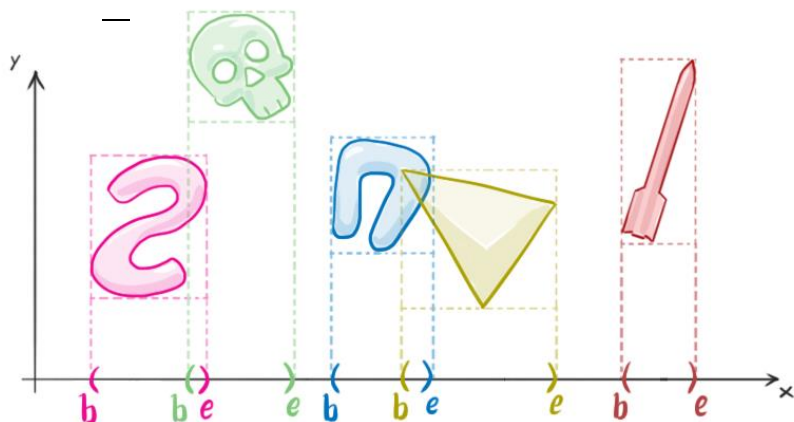
orijentirani kvadri OBB

Omeđujući volumeni

- kvadri <http://3dflashlo.free.fr/web/Option/ShowPl>
- sfere
- kapsule
- mreže poligona



Tehnika pometi-pojednostavi (engl. sweep and prune/sort and sweep)



<https://schteppe.github.io/sweep-and-prune/>

Stvaranje objekata u posebnim slojevima (engl. layers)

- kako ne bi radili ispitivanje sa svim objektima u sceni radimo provjere samo s objektima u zadanom sloju (npr. ne želimo da eksplozija ne uništi objekte scene već samo objekte neprijatelja) https://threejs.org/examples/webgl_layers.html

- hijerarhija omeđujućih volumena BVH

https://erichlof.github.io/THREE.js-PathTracing-Renderer/BVH_Visualizer.html

http://xeogl.org/examples/#boundaries_scene_aabb

- sfere
- orijentirani volumeni OBB

<http://schteppe.github.io/cannon.js/demos/ragdoll.html>

Rendering/AABB, contacts

- oktalno stablo

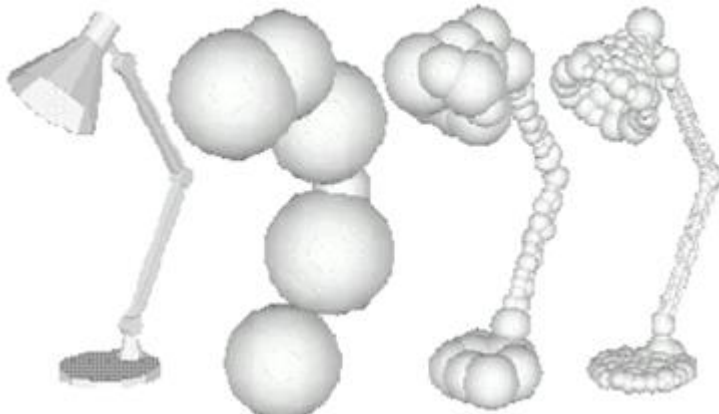
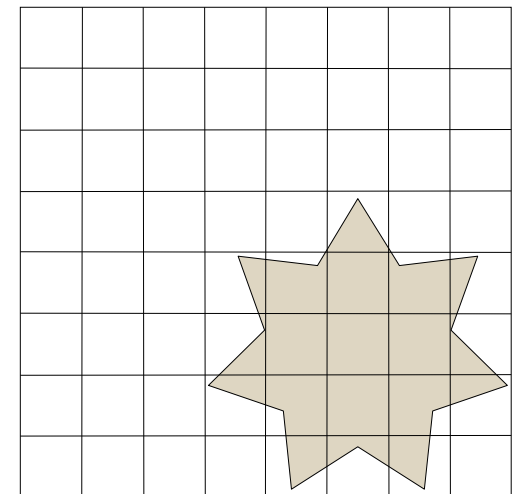
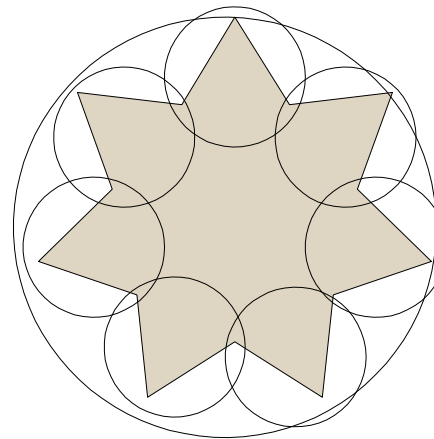
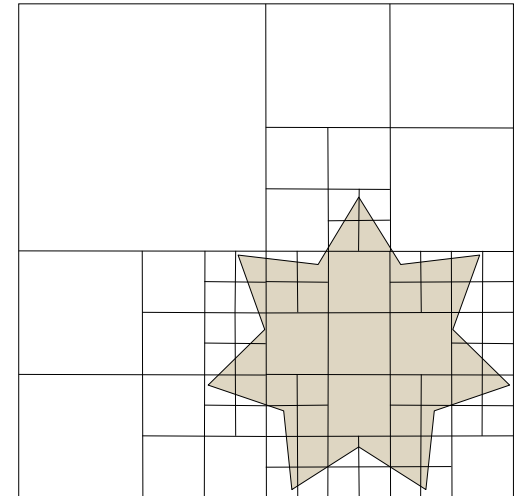
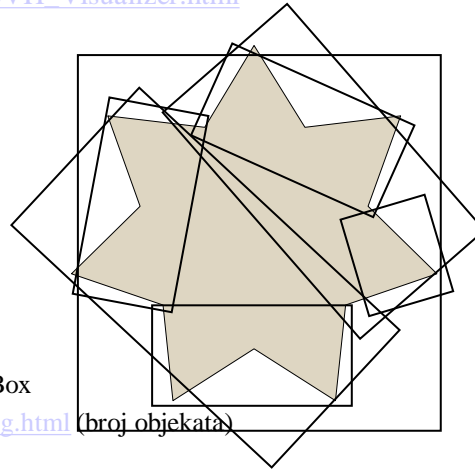
http://potree.org/demo/potree_1.5/examples/lion_laz.html Other/Box

https://softsrc.cc/Public/three.js/examples/webgl_octree_raycasting.html (broj objekata)

- BSP

- uniformna mreža

hijerarhijskim postupcima
dijelimo samo pod-prostore

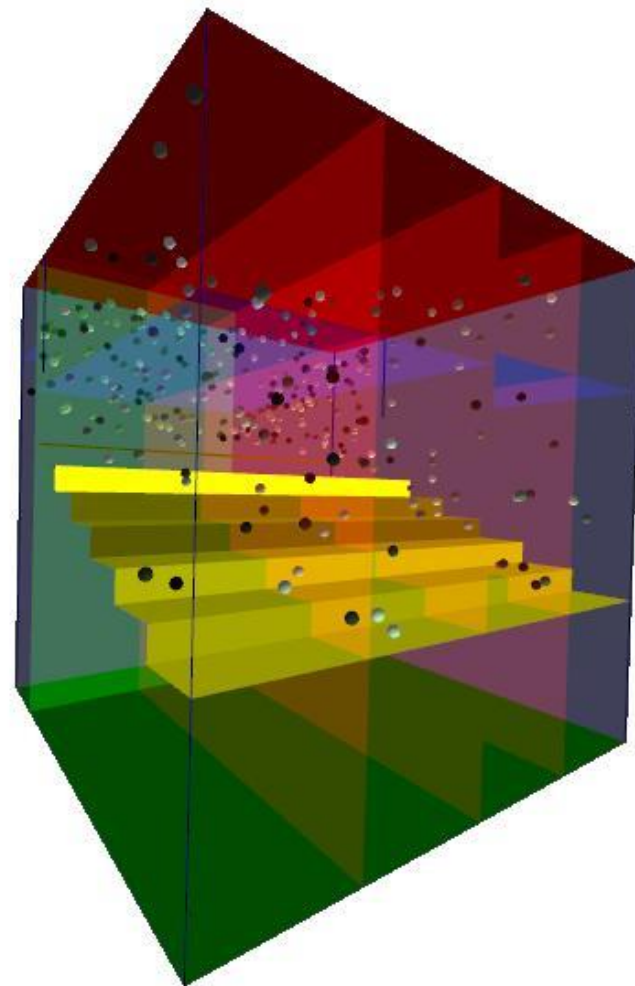
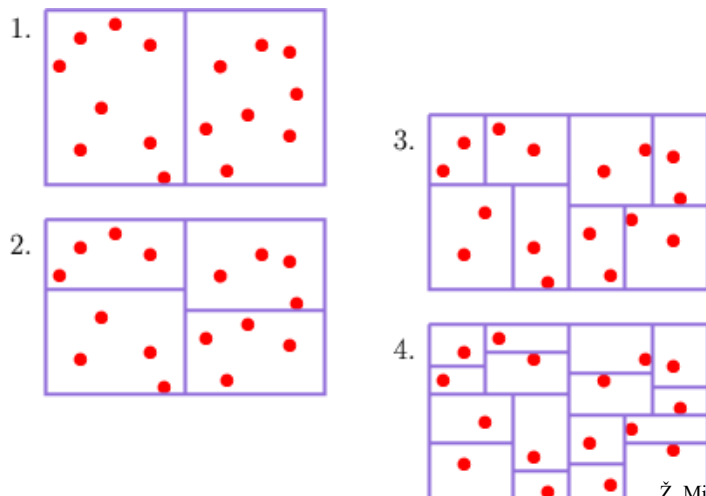


Široka faza ispitivanja kolizije (engl. broad phase)

– primjer – samo-podesivo BSP stablo (kD stablo)

https://va3c.github.io/three.js/examples/#webgl_octree – Oktalno stablo

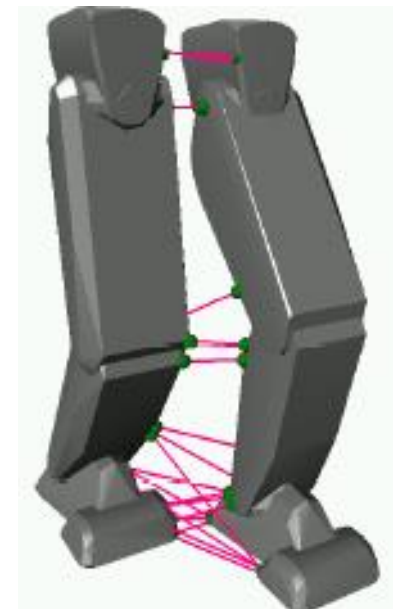
- broj ispitivanja $n(n-1)/2$ za 10.000 objekta
50 miliona ispitivanja
- specijalan slučaj BSP stabla kada su ravnine kojima se dijeli prostor poravnate s xy , xz i yz ravninama – potrebna je provjera samo jedne koordinate i veličine objekta
- samo-podesivost – ovisno o gustoći u pojedinom podprostoru definira se veća gustoća podjele <http://el-ement.com/etc/oimo/demos/> T



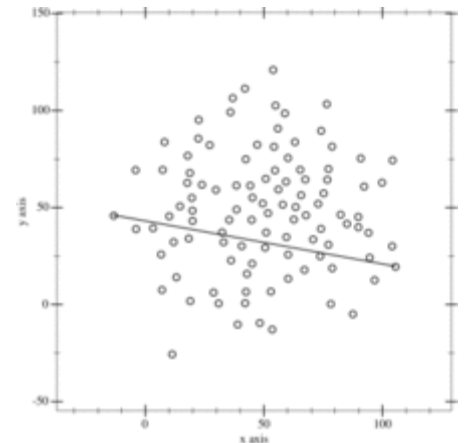
6.3 Određivanje dubine prodora i minimalne udaljenosti

- Određivanje točaka kontakta <http://schteppe.github.io/cannon.js/demos/bunny.html>
- određivanje dubine prodora konveksnih poliedara (engl. penetration depth)
- za par objekata koji se sijeku to je najkraći vektor za koji jedan od objekata treba translirati kao bi se objekti došli u položaj dodira

http://www.cs.unc.edu/~geom/Collision_mpeg/kitchen.mpg



- planiranje putanje objekta
- algoritmi i tehnike koji se koriste
 - određivanje konveksne ljuske
 - Voronoi-evi dijagrami
 - suma (razlika) Minkowskog
 - LOD – algoritmi ugrubljanja i usitnjavanja objekata
- biblioteke za detekciju kolizije, primjeri
 - <http://gamma.web.unc.edu/research/collision/>
 - www.bulletphysics.org/

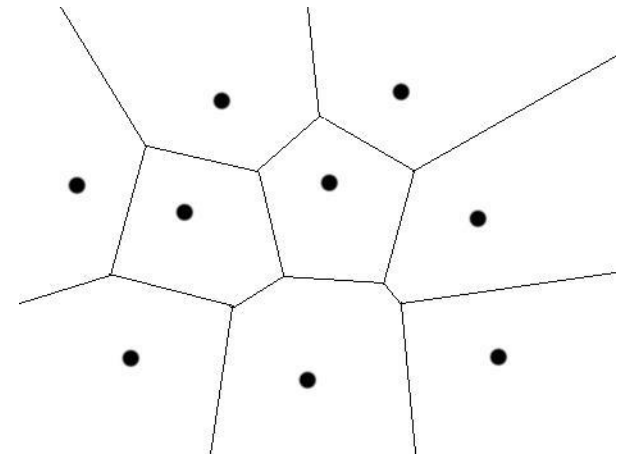


Quickhull $O(n \log n)$

- dijagram Voronoi (computational geometry)
 - dan je skup S s n točaka u ravnini \mathbb{R}^2 , za svaku točku p_i iz skupa S postoji skup točaka ravnine koje su bliže točki p_i od bilo koje druge točke iz skupa S . Skup takvih točaka zove se Voronoi-ev poligon. Skup n Voronoi-evih poligona za n zadanih točaka čine Voronoi-ev dijagram.
 - drugim riječima, podjela ravnine u regije točaka koje su najbliže pojedinoj točki p_i iz skupa S .

- <http://bl.ocks.org/mbostock/6675193>
- <http://alexbeutel.com/webgl/voronoi.html>

- za dvije točke možemo odrediti pravac koji predstavlja skup točaka jednako udaljenih od te dvije točke
- sjecište dva pravca je jednako udaljeno od tri promatrane točke (opisana kružnica trokuta)

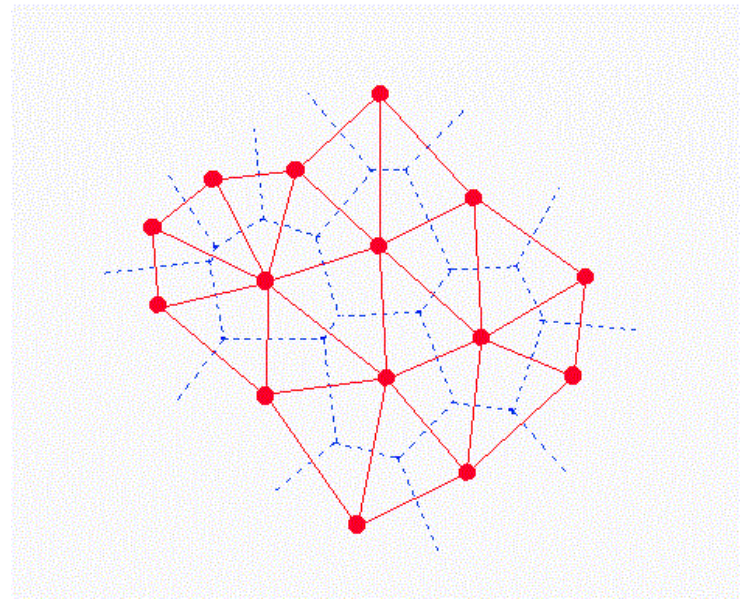
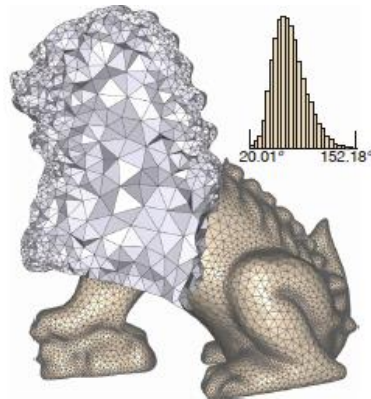


<http://www.senchalabs.org/philogl/PhiloGL/examples/voronoi/> Dvoklik

Primjena:

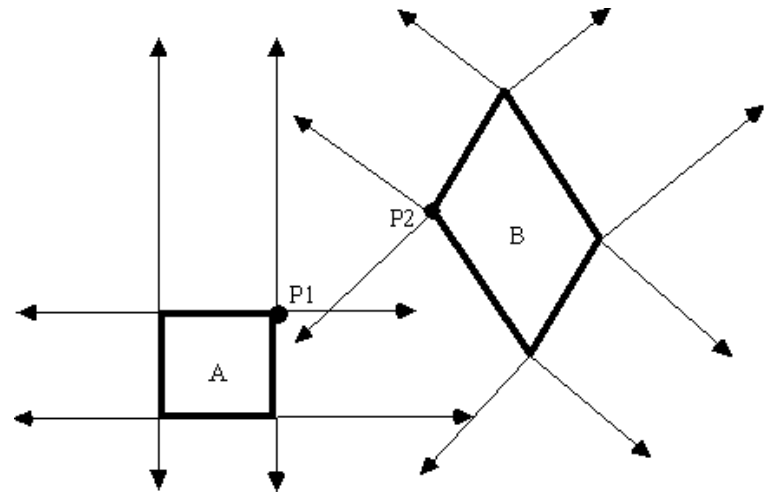
Select <http://bl.ocks.org/njvack/1405439>

- triangulacija Delaunay
 - jedinstvena triangulacija načinjena tako da ni jedna točka iz skupa S ne leži u opisanoj kružnici drugog trokuta
 - simetrale stranica trokuta određuju opisanu kružnicu trokuta
 - 3D Voronoi/Delaunay/konveksna ljuska
 - <http://callumprentice.github.io/apps/delaunay/index.html#>
 - <https://www.shadertoy.com/view/ldV3Wc>
 - https://www.yuichiroharai.com/wgl/10_delaunay/



- Voronoieve regije i dijagram za konveksne poligone
 - dan je skup poligona, koji se sastoje od primitiva, primitive su:
 - točka
 - brid
 - traže se podjela na regije,
 - pojedinu regiju čine točke najbliže zadanim primitivama

Objekti A, B i Voronoi-eve regije
 P_1 i P_2 su najbliže za A, B akko
 P_1 je u Voronoi-evoj regiji od P_2 , i obrnuto



Primjer primjene:

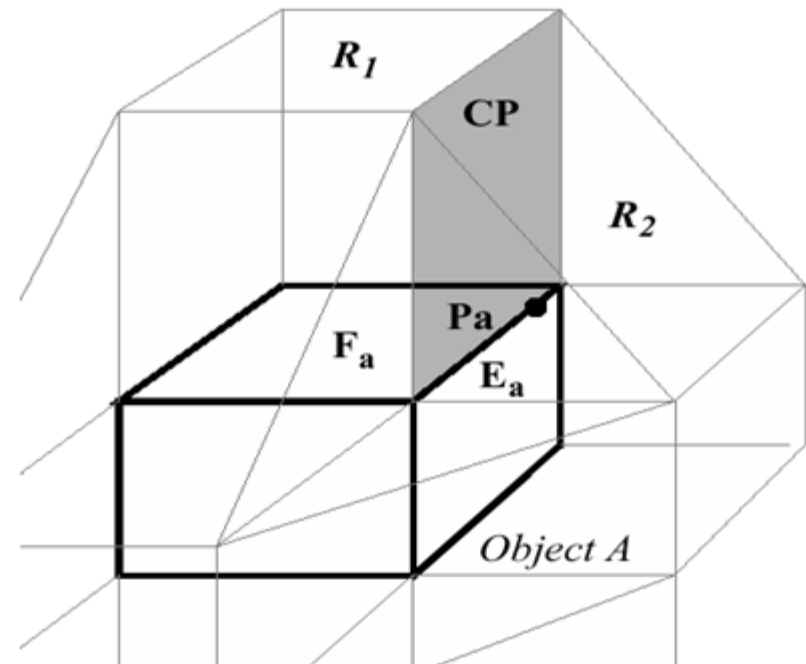
Particioniranje objekta - lomljenje: <http://schteppe.github.io/voronoi-cube/> <https://demo.marpi.pl/explosion/>
https://yomboprime.github.io/ConvexBreakSound3D/webgl_physics_convex_break.html

Pokrivenost aerodromima: <http://mbostock.github.io/d3/talk/20111116/airports-all.html>

- Voronoi-eve regije i dijagram konveksnih poliedara
 - proširenje koncepta na tri dimenzije znači određivanje Voronoi-evih regija tj. skupova točaka 3D prostora
 - dan je skup konveksnih poliedara, koji se sastoje od primitiva, primitive su:
 - točka
 - brid
 - poligon objekta

<http://jimmyland.github.io/voro/>
 - pomoć u kreiranju objekata

- regiju čini skup točaka najbližih pojedinoj primitivi
- ispitivanje se svodi na provjeru da li se točka nalazi u konveksnom poliedru



- problem d-dimenzijskog linearnog programiranja

Suma/razlika Minkowskog konveksnih objekata

- suma Minkowskog $(A, B) = \{ a + b \mid a \in A, b \in B \}$
- razlika Minkowskog $(A, B) = \{ a - b \mid a \in A, b \in B \}$

Npr. dva trokuta: (plavi) $A = \{ (1, 0), (0, 1), (0, -1) \}$, (zeleni) $B = \{ (0, 0), (1, 1), (1, -1) \}$,
suma Minkowskog je konveksni objekt (crveno):

$$\begin{aligned} A + B &= \{ (1, 0), (2, 1), (2, -1), & // \text{ zbrojimo svaku točku iz } A \\ & (0, 1), (1, 2), (1, 0), & // \text{ sa svakom točkom iz } B \\ & (0, -1), (1, 0), (1, -2) \} \end{aligned}$$

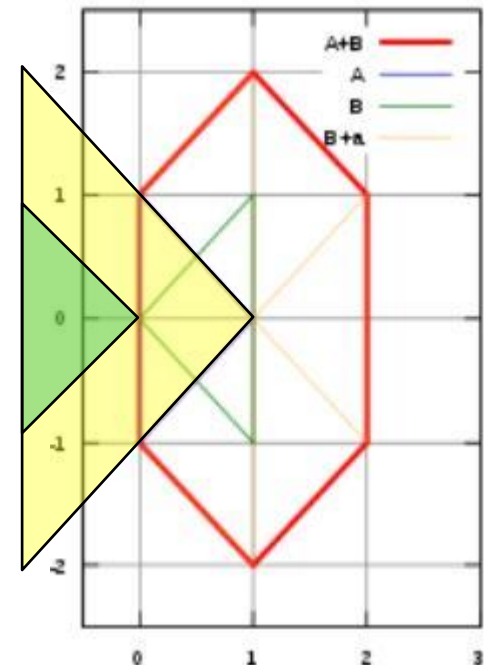
razlika Minkowskog – prvo odredimo $(-B)$

tako da promijenimo predznake

to je centralno simetrična slika obzirom na ishodište i
napravimo sumu $A + (-B)$

$$\begin{aligned} (-B) &= \{ (0, 0), (-1, -1), (-1, 1) \}, \\ A + (-B) &= \{ (1, 0), (0, -1), (0, 1), \\ & (0, 1), (-1, 0), (-1, 2), \\ & (0, -1), (-1, -2), (-1, 0) \} \end{aligned}$$

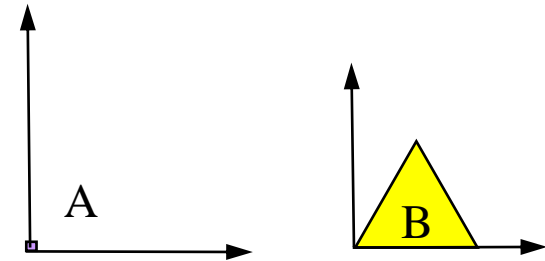
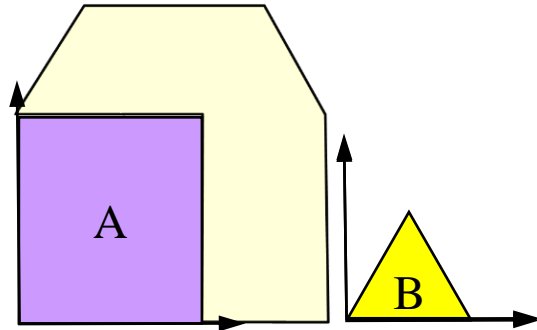
Ako ovaj konveksni oblik sadrži **ishodište** objekti su u koliziji!!!



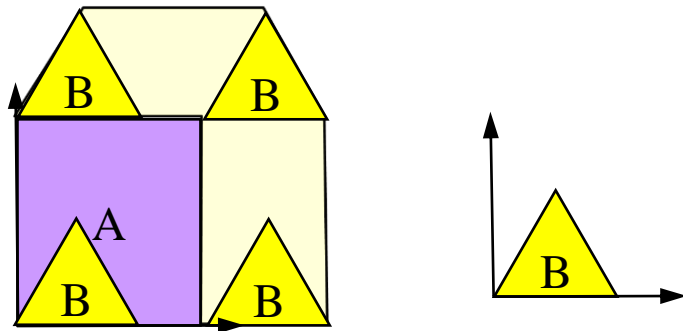
Suma Minkowskog – sumiramo svaku točku objekta A sa svakom točkom objekta B

$$A + B = \{a + b | a \in A, b \in B\}$$

Npr. Neka su objekti A i B i objekt B „provozamo” po rubu objekta A:

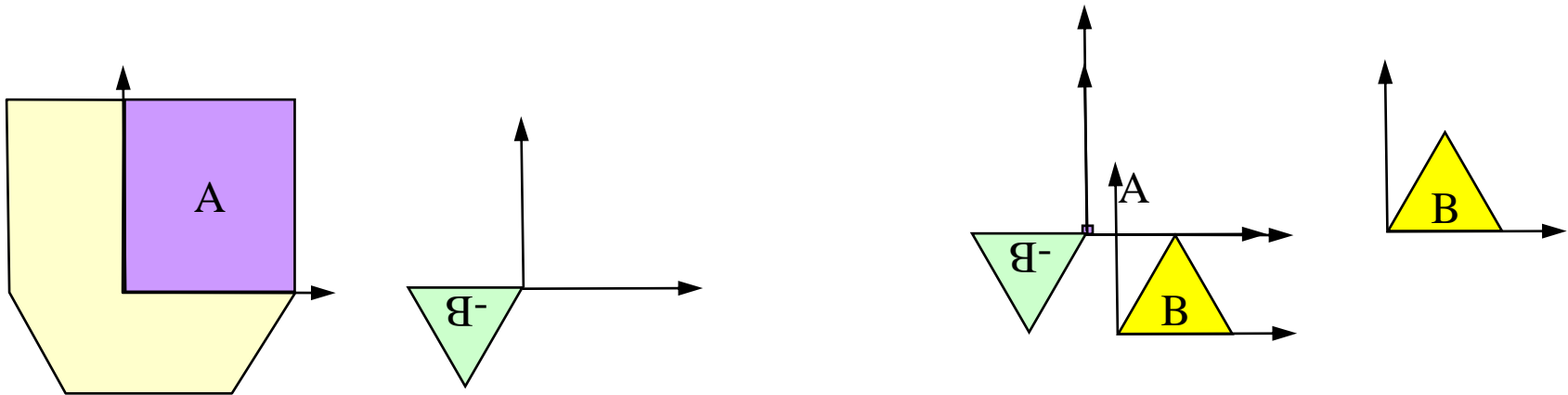


Kada su A i B konveksni objekti možemo za svaki vrh objekta A zbrojiti vrhove objekta B. Konveksna ljuska tako dobivenih točaka je Suma Minkowskog $A + B$.



Razlika Minkowskog - zrcalimo objekt B obzirom na ishodište koordinatnog sustava i sumiramo s objektom A

Npr. Neka su objekti A i B:



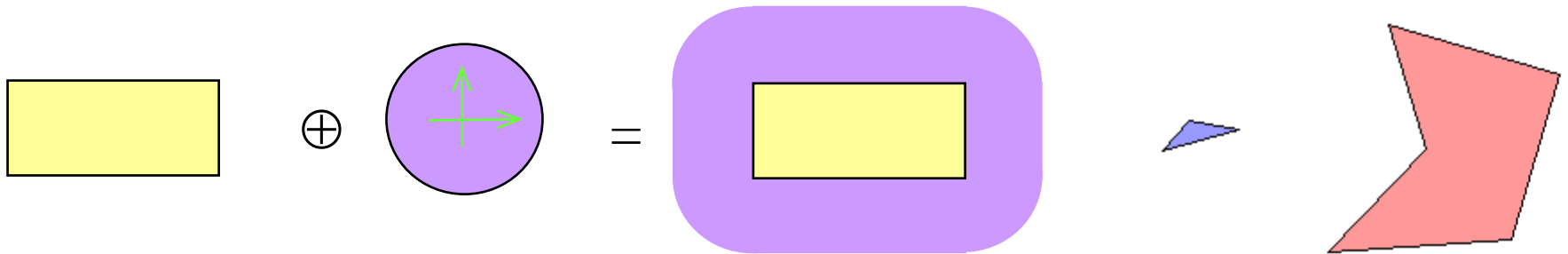
Koristi se pri određivanju prostora u kojem se objekt B može kretati a da nije u koliziji s A. U ovom primjeru nas zanima prostor oko objekta A u kojem se objekt B može kretati a da ne dođe do kolizije – prati se samo ishodište objekta B i dobivena razlika Minkowskog.

Određivanje dubine prodora: Za ishodište objekta B kada je unutar područja dobivenog razlikom Minkowskog treba naći najbliži brid obzirom na ishodište (time dobijemo vektor pomaka potreban da izađemo iz kolizije)

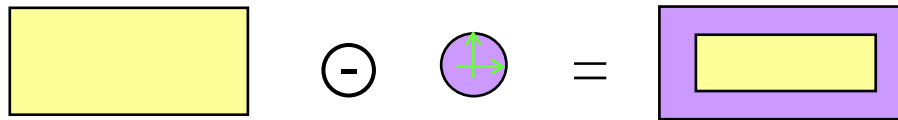
<http://www.cs.tau.ac.il/~danha/video/EMINK.mpg>

Matematičkom morfološki operatori

- rastezanja $A \oplus B$ - za slučaj kruga odgovara sumi Minkowskog



- erozije (nagrizanja)



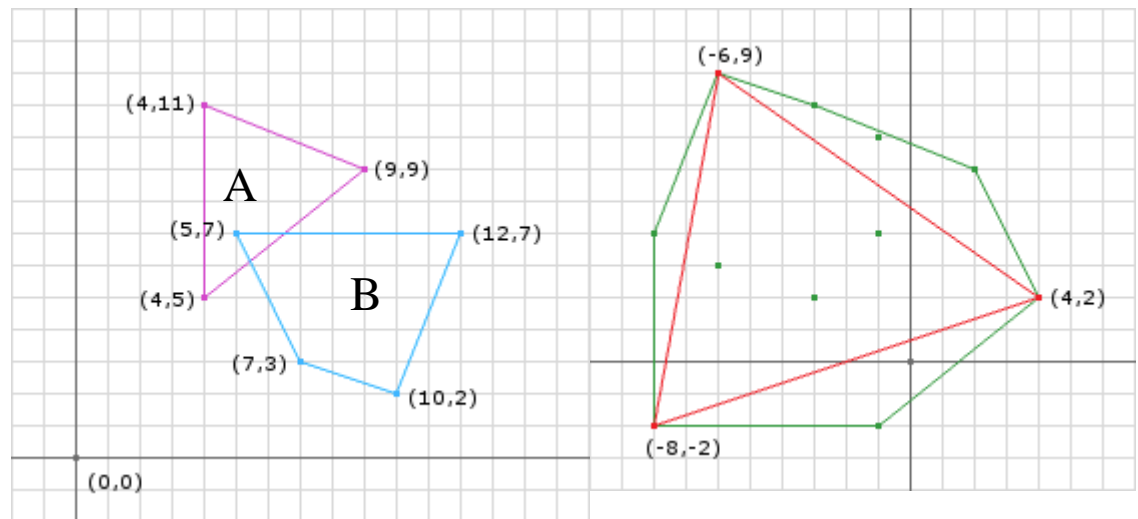
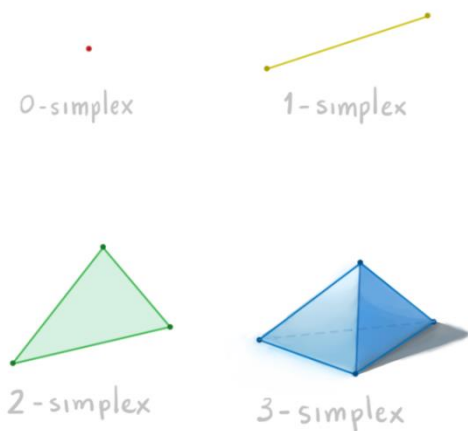
- primjena

- određivanje putanje robota (prostor gdje se može kretati da ne kolidira)
http://sunag.github.io/sea3d/Examples/Programmer/Three.JS/demos/spider_cloud.html
- određivanje dubine prodora
- određivanje minimalnog puta koji treba robot prijeći od A do B na poligonu s preprekama [Klavir https://www.blend4web.com/apps/code_snippets/code_snippets.html?scene=pathfinding](https://www.blend4web.com/apps/code_snippets/code_snippets.html?scene=pathfinding)
http://math.berkeley.edu/~sethian/2006/Applets/Robotics/java_files_robotic_illegal/robotic_coarse.html
<http://nickjanssen.github.io/PatrolJS/demo/demo.html>
<http://qiao.github.io/PathFinding.js/visual/>

GJK algoritam (Gilbert-Johnson-Keerthi)

- koristi činjenicu da razlika Minkowskog sadrži ishodište – točku $O(0, 0)$ ako su objekti u koliziji
- suma/razlika Minkowskog dva konveksna objekta je konveksan objekt,
- cilj je odrediti da li razlika Minkowskog sadrži ishodište bez da određujemo sumu/razliku već iz poznavanja točaka objekta A i B.
- algoritam radi iterativno tako da se odredi proizvoljan trokut (engl. Simplex) unutar razlike Minkowskog i provjerava se da li on sadrži ishodište
- vrhovi simpleksa se biraju tako da se u iterativnom postupku odabir *usmjerava* prema ishodištu

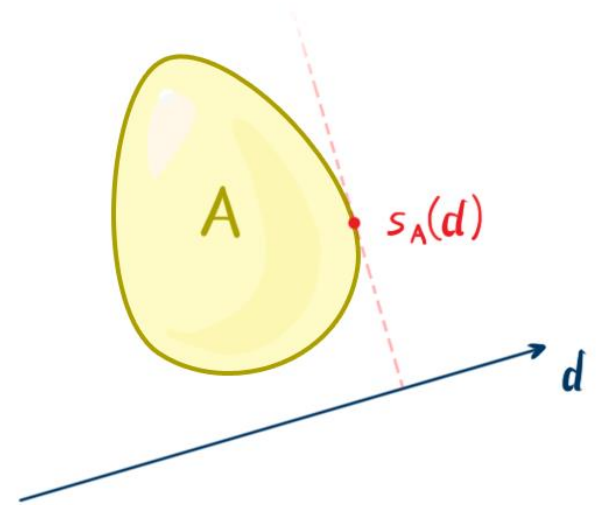
Simpleks (2D-trokut):



GJK algoritam (Gilbert-Johnson-Keerthi)

Usmjeravanje odabira – funkcija $support(A, \mathbf{d})$

- nalazi najudaljeniju točku skupa A u smjeru \mathbf{d}
(npr. preko skalarnog produkta točaka-vektora iz ishodišta s vektorom \mathbf{d})



Usmjeravanje odabira – funkcija $support(A, B, \mathbf{d})$

\mathbf{d} - smjer (vektor)

- nalazi najdalju točku u skupu A u smjeru \mathbf{d} ,
i najdalju točku u skupu B u smjeru $-\mathbf{d}$ i
oduzmemo ih.

GJK primjer:

Odaberemo neki $\mathbf{d} = (1, 0)$ // pogodan odabir bi bio vektor između središta objekata A i B

$$p_1 = (9, 9) = \text{support}(A, \mathbf{d});$$

$$p_2 = (5, 7) = \text{support}(B, -\mathbf{d});$$

$$p_3 = p_1 - p_2 = (4, 2) = \text{support}(A, B, \mathbf{d});$$

Biramo smjer suprotno od prethodnog tj. $\mathbf{d} = (-1, 0)$

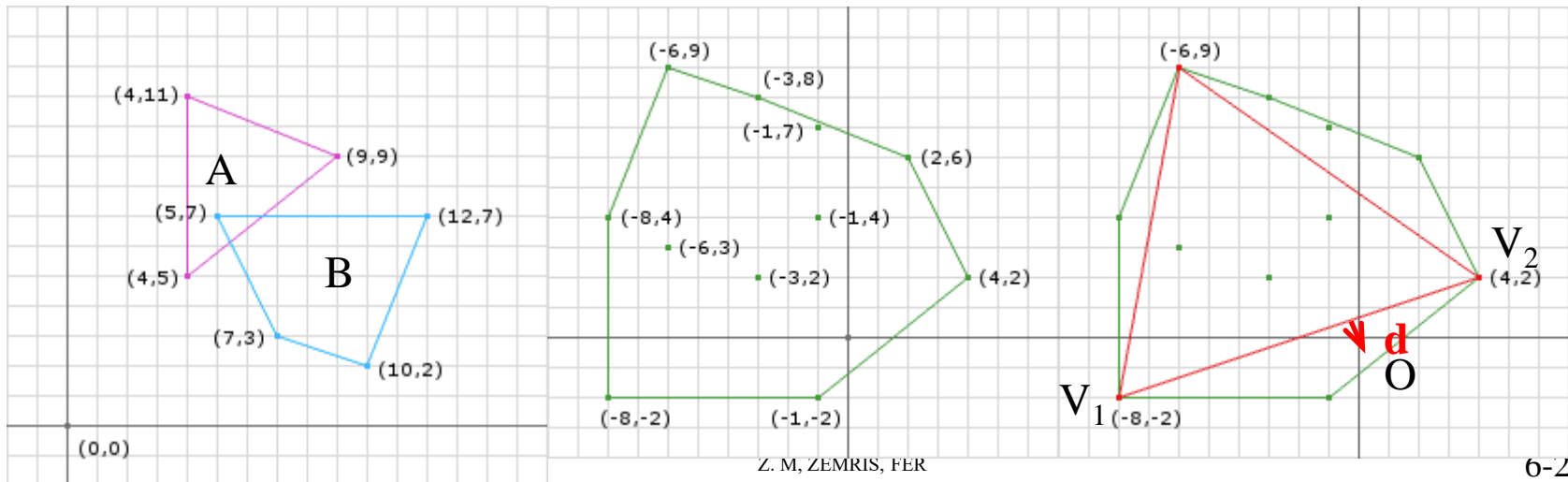
$$p_1 = (4, 5); \text{ ili } (4, 11) - \text{ dao bi isto ispravno rješenje}$$

$$p_2 = (12, 7);$$

$$p_3 = p_1 - p_2 = (-8, -2);$$

Za $\mathbf{d} = (0, 1)$ bi dobili treći vrh trokuta $(-6, 9)$ no za $\mathbf{d} = (0, -1)$ bi trokut obuhvatio ishodište.

Treću točku biramo tako da \mathbf{d} usmjerimo okomito na spojnicu prve 2 točke prema ishodištu
odnosno $\mathbf{d} = (V_2 - V_1) \times ((O - V_1) \times (V_2 - V_1))$. Postupak se iterativno ponavlja.



GJK algoritam (Gilbert-Johnson-Keerthi)

Neka je plavo tijelo razlika Minkovskog A-B.

Mi želimo naći točku plavog tijela koja je najbliža ishodištu O.

U skupu $W=\{\}$ čuvamo potencijalne kandidate – točke koje su najbliže ishodištu.

Postupak iterativno ponavljamo. Kada je kut između potencijalnih kandidata dovoljno mali algoritam zaustavljamo, ili ako je O unutar plavog skupa tada su objekti u koliziji.

U našem primjeru zeleni vektor $-\mathbf{d}$ usmjerava odabir

- nađemo $w_0 = \text{support}(A, \mathbf{d})$

- okomito na vektor \mathbf{d} je $w_1 = \text{support}(A, \perp \mathbf{d})$

(želimo da naš simpleks bude rastegnut pa je zato \perp)

- na spojnicu w_0w_1 odredimo smjer \mathbf{d}_1 prema ishodištu

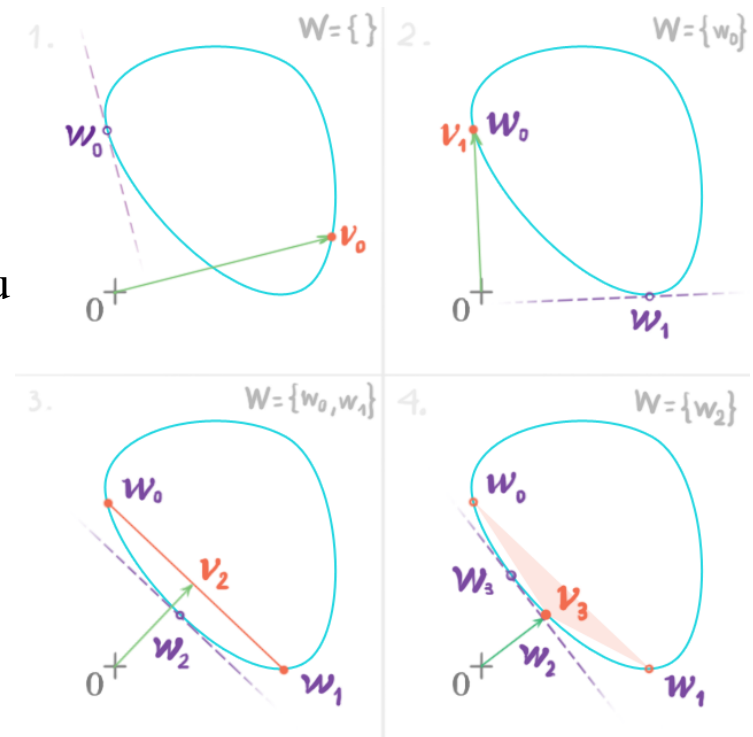
$w_2 = \text{support}(A, \mathbf{d}_1)$

- provjeravamo gdje je ishodište, iteriramo

Rezultat tj. kut između vektora OW_2 i OW_3 treba biti $< \epsilon$

→ minimalna udaljenost objekata B i A i smjer.

<http://schteppe.github.io/cannon.js/demos/ragdoll.html> Rend/cont



Polja udaljenosti (engl. signed distance fields SDF)

- za svaki objekt načinimo volumen podataka npr. 100 x 100 x 100 ili za scenu i više
- unutar volumena za svaki x, y, z odredimo minimalnu udaljenost (i smjer-gradijent) do površine objekta
 - kod objekata zadanih poligonima možemo načiniti Voronoi-eve regije pa udaljenost određujemo do poligona, brida, vrha objekta
- kada dođe do prodora jednog volumena u drugi, za svaku točku jednog objekta provjeravamo u polju udaljenosti drugog objekta položaj te točke (je li unutar)
- polja udaljenosti su specijalan slučaj funkcije skupa razina (izofunkcije, level set)
- <http://cagd-applets.webarchiv.kit.edu/mocca/html/noplugin/IntBSpline/AppDifferentialGeometry/index.html>
- <https://www.shadertoy.com/view/Xtl3Wj>

