

### 3. Konkavan poligon

#### 3.1. Konveksan i konkavan vrh poligona

Vrh  $V_i$  je konveksan ako leži na konveksnom dijelu poligona. Pri tome vrijedi:

$$V_i: b_{i-1}V_{i+1} < 0. \quad (3.1)$$

Primjer, slika 3.1, vrh  $V_2$  je konveksan jer vrijedi  $b_1V_3 < 0$ .

Vrh  $V_i$  je konkavan ako leži na konkavnom dijelu poligona. Pri tome vrijedi:

$$V_i: B_{i-1}V_{i+1} > 0. \quad (3.2)$$

Primjer, slika 3.1, vrh  $V_4$  je konkavan jer vrijedi  $b_3V_5 > 0$ .

#### 3.2. Provjera orijentacije bridova

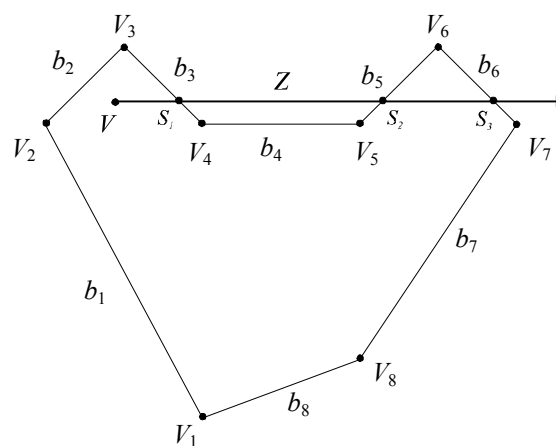
Ako je redoslijed vrhova u popisu u smjeru kazaljke na satu tada postoji barem jedan brid za koji vrijedi da su svi vrhovi poligona ispod toga brida, odnosno

$$(\exists(i))(\forall(j))(B_iV_j) < 0, \quad i = 0, \dots, n-1, \quad j = 0, \dots, n-1. \quad (3.3)$$

#### 3.3. Ispitivanje odnosa točke i poligona

Iz točke  $V$  povući zraku  $Z$ , slika 3.1. Odrediti sjecišta zrake  $Z$  i bridova poligona. Izbrojati sjecišta, ako je broj sjecišta:

- paran, točka  $V$  je izvan poligona  $P$ ,
- neparan, točka  $V$  je unutar poligona  $P$ .



Slika 3.1. Konkavan poligon.

### 3.3.1. Postupak

1. Sjecište  $S_j$  određuje vektorski produkt zrake  $Z$  i brida  $b_i$

$$S_j = Z \times b_i.$$

2. Sjecište  $S_j$  pripada zraci  $Z$  ako za vrijednost parametra  $t_z$  u točki  $S_j$  vrijedi

$$t_z(S_j) > 0, \quad t_z(V) = 0.$$

3. Sjecište  $S$  sigurno pripada bridu  $b_i$  ako za vrijednost parametra  $t_b$  u točki  $S_j$  vrijedi

$$0 < t_b(S_j) < 1, \quad t_b(V_i) = 0, t_b(V_{i+1}) = 1.$$

4. Ako je  $t_b=1$ , ( $S_j=V_{i+1}$ ), potrebne su dodatne provjere, koraci 5, 6 i 7.

5. Odbaciti sjecište  $S_j$  ako vrijedi

$$ZV_i > 0 \text{ i } ZV_{i+2} > 0, \quad \text{ili}$$

$$ZV_i < 0 \text{ i } ZV_{i+2} < 0.$$

6. Brojati sjecište  $S_j$  ako vrijedi

$$ZV_i > 0 \text{ i } ZV_{i+2} < 0, \quad \text{ili}$$

$$ZV_i < 0 \text{ i } ZV_{i+2} > 0.$$

7. Ako u koracima 5 i 6 nema odluke, izabrati drugu zraku, ići na korak 1.

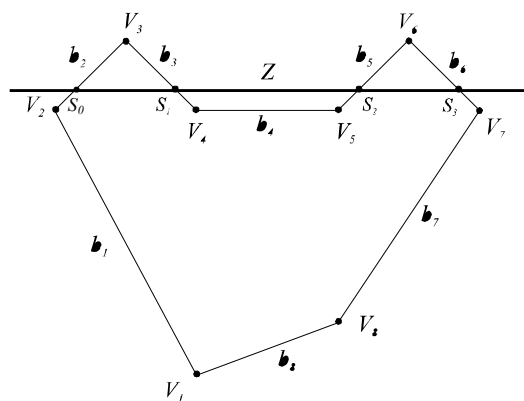
### 3.4. Bojanje konkavnog poligona

Za neku liniju prikaza  $y_p$  odrediti sjecišta bridova poligona, slika 3.2. Urediti sjecišta  $S_j$  uzlazno po  $x$  koordinati.

Is crtati dijelove linije prikaza određene neparno-parnim sjecištem,

$$(S_0 S_1), (S_2 S_3), \dots, (S_{m-2} S_{m-1}).$$

Ponoviti postupak za sve linije prikaza.



Slika 3.2. Bojanje konkavnog poligona.

## 3.5. Radni zadatak

1. Zadati koordinate  $n$  vrhova konkavnog poligona, uz redoslijed vrhova u smjeru kazaljke na satu.
2. Iscrtati poligon na zaslonu.
3. Izračunati koeficijente jednadžbi bridova.
4. Zadati koordinate točke  $V$  i ispitati odnos točke  $V$  i poligona.
5. Obojiti poligon.

## 3.6. Rješenje radnog zadatka

## 3.6.1. Postupak

1. Učitati broj vrhova  $n$  konkavnog poligona. Učitati  $x$   $y$  koordinate vrhova,  $x(i)$ ,  $y(i)$ ,  $i=0, n-1$ . Redoslijed vrhova u smjeru kazaljke na satu.
2. Postaviti  $x(n)=x(0)$ ,  $y(n)=y(0)$ ,  
 $x(n+1)=x(1)$ ,  $y(n+1)=y(1)$ .
3. Iscrtati poligon.
4. Izračunati koeficijente jednadžbi bridova.  
 $a(i)=y(i)-y(i+1)$ ,  
 $b(i)=-x(i)+x(i+1)$ ,  $i=0, n-1$   
 $c(i)=x(i)y(i+1)-x(i+1)y(i)$ .
5. Učitati  $x$   $y$  koordinate točke  $V(x_1, y_1)$ .
6. Odrediti koeficijente jednadžbe horizontalne zrake, povučene iz točke  $V$ .  
 $a_z=0$ ,  $b_z=1$ ,  $c_z=-y_1$ .
7. Sjecišta zrake i bridova poligona. Postaviti  $x_0=x_1$ ,  $y_0=y_1$  i izvesti postupak V31.
8. Ako je broj  $N_0$  paran, tada je točka  $V$  izvan poligona, inače je unutar poligona.
9. Bojanje poligona. Za sve ispitne linije  $L=y_{min}, y_{max}$  izvesti korake 10-15. Ići na korak 16.
10. Početna točka ispitne linije i koeficijenti njene jednadžbe  
 $x_0=0$ ,  $y_0=L$ ,  $a_z=0$ ,  $b_z=1$ ,  $c_z=-y_0$ .  
Sjecišta ispitne linije i bridova poligona. Izvesti postupak V31.
11. Ako je broj sjecišta  $N_0 < 2$  ne raditi korake 12-15.
12. Uzlazno urediti sjecišta duž linije. Postaviti  $Z=0$ .
13. Za  $i=0, N_0-2$  raditi:  
Ako je  $s(i) > s(i+1)$  postaviti  $t=s(i)$ ,  $s(i)=s(i+1)$ ,  $s(i+1)=t$ ,  $Z=1$ .
14. Ako je  $Z=1$  ići na korak 12.
15. Bojanje.  
Za  $i=0, 2, 4, \dots, N_0-1$  iscrtati dio ispitne linije  $(s(i), y_0)$ -----  $(s(i+1), y_0)$ .
16. Kraj.

Postupak V31

Odrediti broj  $N_0$  sjecišta  $S$  linije i bridova poligona.

$a b c$  - koeficijenti jednadžba bridova.

$a_1 b_1 c_1$  - koeficijenti jednadžbe linije.

1. Postaviti  $N_0=0$ .

2. Za  $i=0, n-1$  izvesti korake 3-13. Ići na korak 14.

3. Izračunati sjecište:

$$x_3 = b(i) c_Z - c(i) b_Z,$$

$$y_3 = -a(i) c_Z + c(i) a_Z,$$

$$w_3 = a(i) b_Z - b(i) a_Z.$$

4. Paralelni pravci, ako je  $w_3 = 0$  ne izvoditi korake 5-13.

5. Nehomogene koordinate,  $x_3 = x_3/w_3$ ,  $y_3 = y_3/w_3$ .

6. Parametar  $t$  točke  $x_3, y_3$  na liniji, postaviti

$$x_1 = x_0, \quad y_1 = y_0,$$

$$x_2 = x_1 + 1, \quad y_2 = y_0.$$

Izvesti postupak V32.

7. Ako je  $t < 0$  ne izvoditi korake 8-13.

8. Sačuvati vrijednost parametra  $t$ ,  $t_1 = t$ .

9. Parametar  $t$  ločke  $x_3, y_3$  na  $i$ -tom bridu, postaviti

$$x_1 = x(i), \quad y_1 = y(i),$$

$$x_2 = x(i+1), \quad y_2 = y(i+1).$$

Izvesti postupak V32.

10. Ako je  $t \leq 0$  ili  $t > 1$  ne izvoditi korake 11-13.

11. Za  $t < 1$  ići na korak 13.

12. Za  $t=1$ , linija i brid sijeku se u završnom vrhu brida. Ako je  $i$ -ti brid i  $(i+1)$ -ti brid ispod ili iznad linije, odbaciti sjecište. Postaviti  $x_2 = x(i+2)$ ,  $y_2 = y(i+2)$ .

Računati:

$$d_1 = a_Z x_1 + b_Z y_1 + c_Z,$$

$$d_2 = a_Z x_2 + b_Z y_2 + c_Z.$$

Ako je  $d_1 > 0$  i  $d_2 > 0$  ili  $d_1 < 0$  i  $d_2 < 0$  ne izvesti korak 13.

13. Novo sjecište, postaviti  $s(N_0) = t_1$ ,  $N_0 = N_0 + 1$ .

14. Kraj.

Postupak V32

Za liniju  $(x_1 y_1)$ ,  $(x_2 y_2)$  odrediti parametar  $t$  za točku linije  $(x_3 y_3)$ .

1. Postaviti  $d_1=x_2-x_1$ ,  $d_2=y_2-y_1$
2. Ako  $d_1$  nije nula računati  $t=(x_3-x_1)/d_1$ .
3. Ako  $d_2$  nije nula računati  $t=(y_3-y_1)/d_2$ .
4. Kraj.

Rezultati

Ulazna datoteka: poly

Pročitati iz datoteke broj vrhova poligona i koordinate točaka.

Ispitati i ispisati da li je zadana točka unutar ili izvan.

