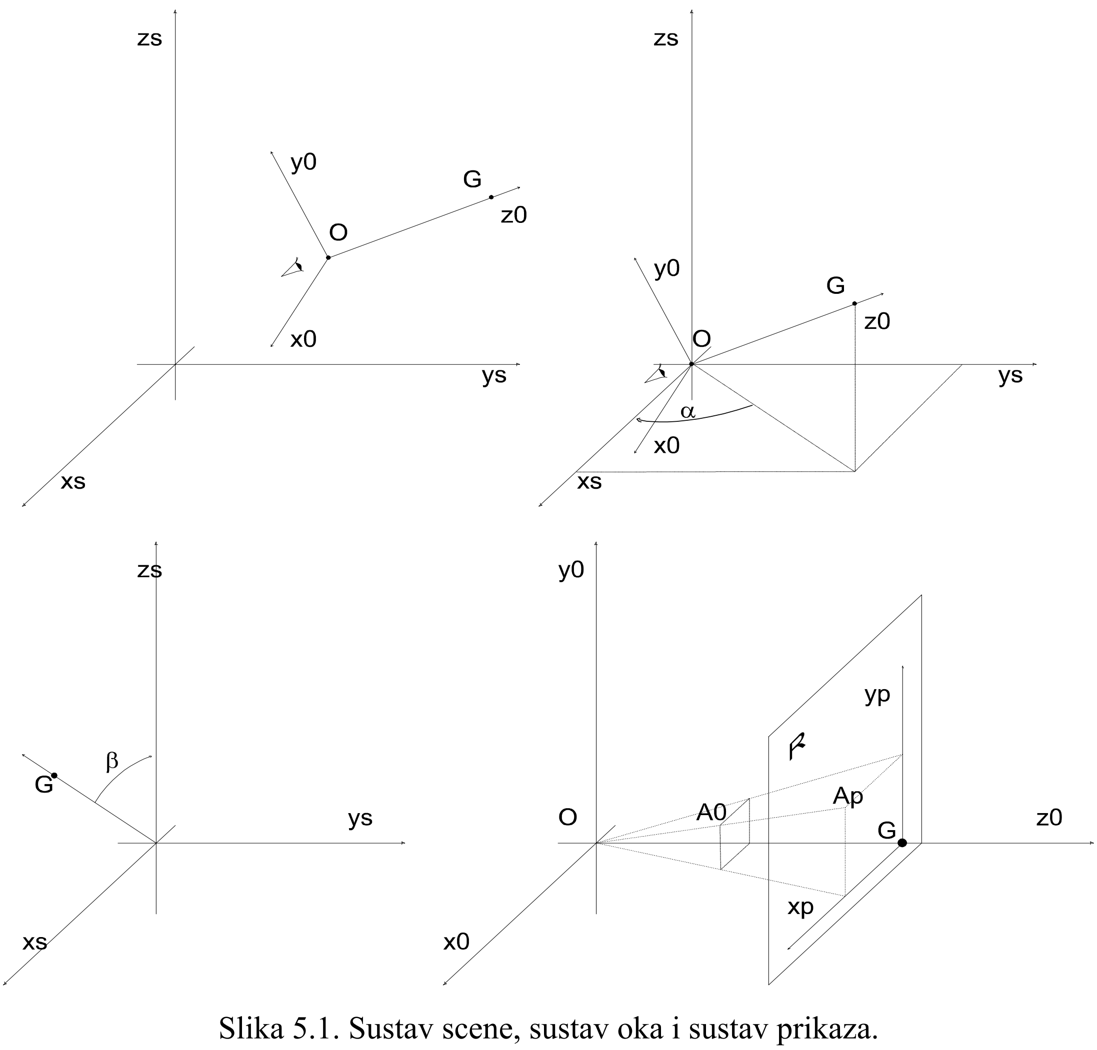
5. Transformacija pogleda i perspektivna projekcija

Sustav scene je trodimenzijski sustav, slika 5.1. Sustav oka je trodimenzijski sustav čija je z os upravljena u smjeru pogleda, tako da z os predstavlja dubinu slike. Sustav prikaza je dvodimenzijski sustav i smješten je u ravnini projekcije R.

Preslikavanje točaka iz sustava scene u sustav oka naziva se transformacija pogleda. Projekcija točaka iz sustava oka u sustav prikaza može se načiniti kao paralelna ili perspektivna projekcija.

Korištene oznake:

$x_S\ y_S\ z_S$	- sustav scene,
$x_O\ y_O\ z_O$	- sustav oka,
$x_P\ y_P$	- sustav prikaza,
O	- očište, položaj promatrača u sustavu scene,
G	- gledište, točka u sustavu scene u koju je usmjeren pogled,
H	- udaljenost ravnine projekcije od očišta, H=d(O,G),
R	- ravnina projekcije, točka G leži u ravnini projekcije,



Slika 5.1. Sustav scene, sustav oka i sustav prikaza.

5.1 Transformacija pogleda

Za transformaciju pogleda treba odrediti matricu T tako da vrijedi

$$A_0 = A_S T \tag{5.1}$$

Matrica T je satavljena matrica od pet matrica elementarnih transformacija, to su:

T_1 - pomak ishodišta u točku O,

T_2 - rotacija za kut α oko z osi,

T_3 - rotacija za kut β oko y osi,

T_4 - rotacija za kut 90° oko z osi,

T_5 - promjena predznaka na x osi.

Točke $O\begin{pmatrix} x_o & y_o & z_o \end{pmatrix}$ i $G\begin{pmatrix} x_g & y_g & z_g \end{pmatrix}$ mjere se u sustavu scene. Koordinatama točke O određena je matrica T_1

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -x_o & -y_o & -z_o & 1 \end{bmatrix}. \tag{5.2}$$

Djelovanje T_1 na G daje

$$G_1 = GT_1 \text{ ili } \begin{aligned} x_{g1} &= x_g - x_o \\ y_{g1} &= y_g - y_o \\ z_{g1} &= z_g - z_o \end{aligned}$$

Matrica T_2 glasi

$$T_2 = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{5.3}$$

pri čemu je

$$\sin\alpha = \frac{y_{g1}}{\sqrt{x_{g1}^2 + y_{g1}^2}}, \qquad \cos\alpha = \frac{x_{g1}}{\sqrt{x_{g1}^2 + y_{g1}^2}}$$

Djelovanje matrice T_2 na G_1 daje

$$G_2 = G_1 T_2 \text{ ili } \begin{aligned} x_{g2} &= \sqrt{x_{g1}^2 + y_{g1}^2} \\ y_{g2} &= 0 \\ z_{g2} &= z_{g1} \end{aligned}.$$

Matrica T_3 glasi

$$T_3 = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{5.4}$$

pri čemu je

$$\sin\beta = \frac{x_{g2}}{\sqrt{x_{g2}^2 + z_{g2}^2}}, \qquad \cos\beta = \frac{z_{g2}}{\sqrt{x_{g2}^2 + z_{g2}^2}}.$$

Djelovanje matrice T_3 na G_2 daje

$$G_3 = G_2 T_3 \text{ ili } \quad \begin{aligned} x_{g3} &= 0 \\ y_{g3} &= 0 \\ z_{g3} &= \sqrt{x_{g2}^2 + z_{g2}^2} \end{aligned}$$

Matrice T_4 i T_5 glase

$$T_4 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_5 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5.5}$$

Matrica T je umnožak

$$T = T_1 T_2 T_3 T_4 T_5 . \tag{5.6}$$

5.2 Perspektivna projekcija

Zadaća je odrediti matricu P koja će po zakonu perspektive projicitrati točke iz sustava oka u ravninu projekcije, slika 5.1, odnosno u sustavu prikaza,

$$A_P = A_0 P . \tag{5.7}$$

Udaljenost ravnine projekcije od očišta je

$$H = \sqrt{\left(x_o - x_g\right)^2 + \left(y_o - y_g\right)^2 + \left(z_o - z_g\right)^2} = z_{g3} . \tag{5.8}$$

Iz sličnosti trokuta slijedi

$$x_p = \frac{x_0}{z_0} H, \quad y_p = \frac{y_0}{z_0} H . \tag{5.9}$$

Izraz 5.9 napisan u matričnom obliku glasi

$$A_p' = A_0 P$$

ili po koordinatama

$$\begin{bmatrix} x_p' & y_p' & z_p' & h_p' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 & y_0 & z_0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{H} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} x_p' &= x_0 \\ y_p' &= y_0 \\ z_p' &= 0 \\ h_p' &= \frac{z_0}{H} \end{aligned} \tag{5.10}$$

Iz 5.10 slijedi 5.9, što je povratak u nehomogeni prostor tj.

$$x_p = \frac{x_p'}{h_p'} = \frac{x_0}{z_0} H, \qquad y_p = \frac{y_p'}{h_p'} = \frac{y_0}{z_0} H.$$

5.3 Radni zadatak

Zadati poligon te načiniti transformaciju pogleda i perspektivnu projekciju.

1. Iz datoteke učitati koordinate očišta, gledišta i vrhova poligona u sustavu scene.

Gledište se obično zadaje u ishodištu scene G = (0 0 0) ili u središtu tijela (poligona). Očište je točka iz koje gledamo i ovisit će o veličini objekta. Ako su koordinate objekta u rasponu (-1, 1) očište može biti npr. O = (1 1 3). Moramo paziti da očište ne zadamo u unutrašnjosti objekta.

2. Odrediti matricu transformacije pogleda T po formuli 5.6.
3. Odrediti matricu perspektivne projekcije P.
4. Načiniti transformaciju i projekciju zadanih vrhova poligona.
5. Iscrtati poligon.
6. Ponoviti korake 1-5. za tijelo iz prethodne vježbe.