PERFORMANSE RAČUNALNIH MREŽA

Stjepan Groš

07. 09. 2006.

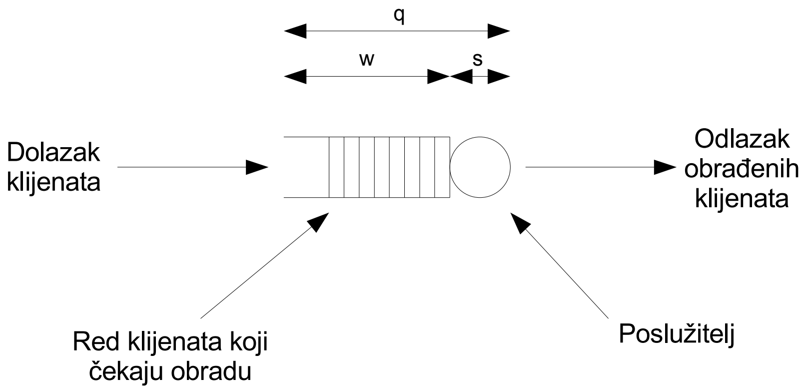
Sadržaj

1. Uvod

Teorija redova je matematička disciplina koja se bavi problemima procjene performansi i efikasnosti sustava, njihovim dimenzioniranjem i slično. Sama disciplina ima vrlo široku primjenu u različitim inženjerskim disciplinama, kod analize i projektiranja sustava. Primjeri upotrebe mogu se naći u operacijskim sustavima, bazama podataka, računalnim mrežama, itd.

2. Redovi i poslužitelji

Model reda prikazan je na slici 2.1.



Slika 2.1. Apstraktni model reda

Taj jednostavan model prikazuje jedan poslužitelj koji vrši nekakvu obradu. Primjer obrade može biti upit u bazu, slanje paketa preko nekakve komunikacijske veze, zahtijev Web poslužitelju, itd. Dok poslužitelj vrši obradu jednog *klijenta* svi klijenti koji u međuvremenu pristignu stavljaju se u red dok poslužitelj ne obradi postojećeg klijenta.

Model reda prikazan na slici 2.1 ima i svoju oznaku, to je:

M/M/1

U općem slučaju redovi se označavaju na sljedeći način:

a/b/c/K

Pojedina polja imaju sljedeća značenja:

- a
  Raspodjela po kojoj dolaze klijenti u sustav. Primjeri razdioba su M za eksponencijalnu, Poissonovu ili Markovljevu razdiobu, D za uniformnu razdiobu, G za opću, itd.
- b
  Raspodjela po kojoj klijenti napuštaju sustav nakon obrade u poslužitelju. Koriste se iste oznake kao i za razdiobu po kojoj klijenti dolaze.
- c
  Broj poslužitelja u sustavu.
- K
  Veličina spremnika za čekanje. Ako je veličina neograničena tada se ova oznaka ispušta.

Popis oznaka koje se koriste u izrazima nalaze se u tablici 1.

Tablica 1. Oznake korištene u izrazima

Oznaka	***Značenje***
λ	prosječan broj dolazaka u sekundi
T_s	prosječno vrijeme obrade klijenta u poslužitelju
ρ	iskorištenje poslužitelja
Q	ukupan broj klijenata u sistemu
q	prosječan broj klijenata u sistemu
T_q	prosječno ukupno vrijeme koje klijent provede u sistemu
w	prosječan broj klijenata na čekanju
T_w	prosječno vrijeme koje klijent provede čekajući obradu

Određen broj izraza vrijedi neovisno o pretpostavljenoj razdiobi dolazaka klijenata u sustav, ili o razdiobi njihova odlaska. Za početak su to Little-ovi izrazi:

$$q=\lambda\cdot T_q$$
$$w=\lambda\cdot T_w$$
$$\rho=\lambda\cdot T_s$$

Također, vrijedi i određene relacije između boravka u sustavu i boravka u pojedinim dijelovima sustava:

$$q=w+\rho$$
$$T_q=T_w+T_s$$

Uz pretpostavku određenih raspodjela dolazaka i odlazaka mogu se izvesti izrazi za ostale .

3. Primjeri

PRIMJER 1

Na lokalnu mrežu priključeno je 100 računala i poslužitelj s bazom podataka. Prosječno vrijeme potrebno poslužitelju da odgovori na zahtijev iznosi 0.6s, koliko iznosi i standardna devijacija. Za najvećeg opterećenja poslužitelju pristiže 20 upita u minuti. Potrebno je odrediti:

a) prosječno vrijeme odgovora na upit uz ignoriranje kašnjenja što ga unosi LAN?

b) Koliko je maksimalno dopušteno opterećenje poslužitelja ako odgovor mora stići u roku od 1.5s?

Rješenje

T_s = 0.6s/upitu

λ = 20 upita/min

N = 100

a) Prosječno vrijeme odgovora na upit sastoji se od prosječnog vremena koje upit provede u redu i prosječnog vremena obrade na poslužitelju. To vrijeme označeno je sa T_q i izraz za M/M/1 red glasi:

$$T_q = \frac{T_s}{1-\rho}$$

$$\rho = \lambda \cdot T_s = 20\,\frac{upita}{min} \cdot \frac{1}{60}\,\frac{min}{s} \cdot \frac{6}{10}\,\frac{s}{upitu} = 0.2$$

Prema tome, prosječno vrijeme odgovora je:

$$T_q = \frac{T_s}{1-\rho} = \frac{0.6\mathrm{s}}{1-0.2} = 0.75\,s$$

b) Budući da se cjelokupni sustav modelira statistički nije moguće tvrditi da će svi odgovori imati vrijeme obrade manje od 1.5s. Ipak, možemo za određen postotak upita tražiti da im vrijeme obrade bude manje od zadanih 90%. Uzmimo, primjerice, da tražimo u 90% slučajeva odziv za najkasnije 1.5s. U tom slučaju koristimo sljedeći izraz:

$$m_{T_q} = T_q \ln \frac{100}{100-r}$$

PRIMJER 2

Neka komunikacijska veza propusnosti 9600 b/s opterećena je 70%. Preko te veze šalju se paketi prosječne veličine 1000 okteta. Odrediti prosječno vrijeme čekanja na slanje poruka konstantne veličine i veličine koja slijedi eksponencijalnu razdiobu.

Rješenje

a) Ako je veličina poruke konstantna, tada je i vrijeme slanja svakog paketa preko komunikacijske veze konstantno. Prema tome, može se reći da je vrijeme obrade konstantno. U tom slučaju imamo M/D/1 red. Za taj red prosječno vrijeme čekanja u redu je dano sljedećim izrazom:

F=1000 okteta

B = 9600 b/s

ρ = 0.7

$$T_w = \frac{\rho \cdot T_s}{2(1-\rho)}$$

Vrijeme obrade u poslužitelju, T_s, je vrijeme potrebno da se prenese cijeli okvir i to vrijeme iznosi:

$$T_s = \frac{F}{B} = \frac{5}{6} s$$

Prema tome, prosječno vrijeme koje paketi provedu čekajući iznosi:

$$T_w = \frac{0.7 \cdot \frac{5}{6}}{2 \cdot (1 - \frac{5}{6})} = 1.75\mathrm{s}$$

b) U slučaju kada veličina paketa slijedi eksponencijalnu razdiobu tada i vrijeme obrade u poslužitelju slijedu eksponencijalnu razdiobu pa u tom slučaju imamo M/M/1 red. Za taj red vrijeme provedeno čekanja na slanje zadano je sljedećim izrazom:

$$T_w = \frac{\rho T_s}{(1-\rho)}$$

Kako je Ts opet isti kao i u prethodnom dijelu zadatka, to je prosječno vrijeme provedeno u redu:

$$T_w = 3.5\mathrm{s}$$

PRIMJER 3

Usmjernik na lokalnoj mreži prihvaća prosječno 5 paketa u sekundi. Duljina paketa slijedi eksponencijalnu raspodjelu sa srednjom vrijednošću od 144 okteta. Usmjernik je spojen na WAN sa linijom brzine 9600 b/s. Potrebno je odrediti:

c) Prosiječno vrijeme zadržavanja svakog paketa u usmjerniku.

d) Koliko paketa se u prosjeku nalazi u usmjerniku?

e) Koliki je maksimalan broj paketa u usmjerniku 90% vremena?

Rješenje

λ = 5 paketa/s

F = 144 okteta

r = 90%

B = 9600 b/s

a) Prema uvijetima u zadatku radi se o M/M/1 redu. U zadatku se traži prosječno vrijeme zadržavanja u privremenim spremnicima usmjernika, a to vrijeme dano je sljedećim izrazom:

$$T_q = \frac{T_s}{1-\rho}$$

Prosječno vrijeme obrade je vrijeme da se preko zadanog linka prenese paket prosječne veličine, tj. iznosi:

$$T_s = \frac{F}{B} = \frac{144 \cdot 8}{9600} = 0.12\ s/\ paketu$$

Opterećenje poslužitelja može se odrediti koristeći Little-ov izraz:

$$\rho = \lambda \cdot T_s = 0.6$$

Sada su poznate sve veličine iz izraza za T_q pa se može odrediti prosječno vrijeme zadržavanja u usmjerniku:

$$T_q = \frac{T_s}{1-\rho} = \frac{0.12}{1-0.6} = 0.3\text{s}$$

b) Prosječan broj paketa u usmjerniku je:

$$q = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{0.6}{1-0.6} = 1.5\ paketa$$

c) U ovom dijelu zadatka traži se veličina mq(r) koja je zadana sljedećim izrazom:

$$m_q(r) = \frac{\ln\left(1-\frac{r}{100}\right)}{\ln\rho} - 1$$

Uvrštavanjem vrijednosti danih u tekstu zadatka, odnosno izračunatih u tijekom rješavanja prethodna dva dijela, dobijamo da je 90% vremena u usmjerniku maksimalno 3.5 paketa.

PRIMJER 4

Usmjernik na lokalnoj mreži prihvaća prosječno 5 paketa u sekundi. Duljina paketa slijedi eksponencijalnu raspodjelu sa srednjom vrijednošću od 144 okteta. Usmjernik je spojen na WAN sa linijom brzine 9600 b/s. Potrebno je odrediti:

h) Prosiječno vrijeme zadržavanja svakog paketa u usmjerniku.

i) Koliko paketa se u prosjeku nalazi u usmjerniku?

j) Koliki je maksimalan broj paketa u usmjerniku 90% vremena?

Rješenje

λ = 150 paketa/min

B = 50 kb/s

N = 10

F = 1000 bita/paketu

a) U ovom slučaju radi se o N identičnih M/M/1 redova. Svaki red pripada jednom klijentu i ima rezerviranu propusnost B/N.

Prosječan broj paketa koji čekaju u jednom redu dan je izrazom:

$$w = \frac{\rho^2}{1-\rho}$$

Ukupan broj paketa u cjelokupnom sustavu N je puta veći. Kako bi odredili te veličine potrebno nam je opterećenje poslužitelja i ono je dano sljedećim izrazom:

$$\rho = \lambda \cdot T_s$$

T_s je prosječno vrijeme obrade jednog klijenta i iznosi:

$$T_s = \frac{F}{\frac{B}{N}} = \frac{N \cdot F}{B} = \frac{10 \cdot 1000\, b/paketu}{50000\, b/s} = 0.2\, s/paketu$$

Prema tome, prosječno opterećenje jednog jednog poslužitelja je 0.5, pa je prosječan broj klijenata u svakom redu 0.5 i ukupan broj klijenata u sustavu je dakle:

$$w' = N \cdot w = 5$$

Prosječan broj paketa u sistemu je:

$$q = N \cdot \frac{\rho}{(1-\rho)} = 10 \cdot \frac{0.5}{1-0.5} = 10$$

Prosječno ukupno kašnjenje po paketu iznosi:

$$T_q = \frac{T_s}{1-\rho} = \frac{0.2}{1-0.5} = 0.4\, s$$

b) U ovom slučaju radi se o jednom poslužitelju kojemu N klijenata generira pakete. Budući da klijenti generiraju pakete po Poissonovoj razdiobi, svaki prosječno po 150 paketa u sekundi, to je ukupan broj paketa koji pristižu poslužitelju N puta veći, tj.

$$\lambda' = N \cdot \lambda = 25\, paketa/s$$

Prosječno vrijeme obrade jednog paketa je:

$$T_s = \frac{F}{B} = 0.02\, s/\, paketu$$

Prosječno opterećenje poslužitelja je:

$$\rho = \lambda' \cdot T_s = 0.5$$

Prosječan broj paketa u redu iznosi:

$$w = \frac{\rho^2}{1-\rho} = 0.5$$

Ukupan broj paketa u redu je:

$$q = \frac{\rho}{1-\rho} = 1$$

Prosječno ukupno kašnjenje po jednom paketu iznosi:

$$T_q = T_s \frac{1}{1-rho} = 0.02 \cdot \frac{1}{1-0.5} = 0.04\, s/\, paketu$$

Od čega paket prosječno provede čekajući u redu:

$$T_w = \rho \cdot T_q = 0.5 \cdot 0.04 = 0.02\, s/\, paketu$$

4. Literatura

[RFC0906] Finlayson, R., *Bootstrap loading using TFTP*, RFC906, IETF, June 1984. http://www.ietf.org/rfc/rfc0906.txt?number=906