3 Grafičke primitive

3.1 2D - DVODIMENZIJSKE PRIMITIVE

– 2D TOČKE

- Homogena koordinata (proizvoljna a obično je 1)
  - sjecište paralelnih pravaca (točka u $\propto$ može se zapisati)
  - jedinstven zapis osnovnih geometrijskih transformacija
  - dodatne mogućnosti kod parametarskog prikaza krivulja

V=(x, y) $\rightarrow$ **X**= (x', y', h) ili **X**= (x_1, x_2, x_3)

$$\rightarrow \quad x = \frac{x_1}{x_3} \qquad y = \frac{x_2}{x_3}$$

$$\leftarrow \quad x_1 = x\,x_3 \qquad x_2 = y\,x_3$$

Točka u $\propto$ je ($\times$, $\times$, 0) . Kombinacija (0, 0, 0) nije dozvoljena.

Npr. (2, 5) $\rightarrow$ (2, 5, 1) preslikavanje iz *n* prostora u *n*+1

$\rightarrow$ (4, 10, 2)

(2, 4) $\leftarrow$ (4, 8, 2)

– 2D PRAVAC

- implicitni oblik $$a \cdot x + b \cdot y + c = 0$$
- uvođenje homogene koordinate $$a \cdot \frac{x_1}{x_3} + b \cdot \frac{x_2}{x_3} + c = 0$$
- homogena jednadžba $$a\,x_1 + b\,x_2 + cx_3 = 0$$
- matrični zapis

$$\mathbf{X} \cdot \mathbf{G} = a\,x_1 + b\,x_2 + cx_3 = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = 0$$

$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix}$ vektor normale

$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} b & -a \end{bmatrix}$ vektor tangente

- po dogovoru uvodimo:

$$\mathbf{X} \cdot \mathbf{G} \begin{cases} > 0, & \mathbf{X} \text{ je "iznad" pravca} \\ = 0, & \mathbf{X} \text{ je na pravcu} \\ < 0, & \mathbf{X} \text{ je "ispod" pravca} \end{cases}$$

- ❖ dvije točke određuju pravac (vektorski produkt)

$$\mathbf{X_1} = (x_1 \quad y_1 \quad h_1)$$

$$\mathbf{X_2} = (x_2 \quad y_2 \quad h_2)$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{X_1} \times \mathbf{X_2} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & h_1 \\ x_2 & y_2 & h_2 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 h_2 - y_2 h_1 \\ -(x_1 h_2 - x_2 h_1) \\ x_1 y_2 - x_2 y_1 \end{bmatrix}$$

- ❖ dva pravca se sijeku u točki (vektorski produkt)

$$\mathbf{G_1} = \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{bmatrix} \mathbf{G_2} = \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \\ c_2 \end{bmatrix}$$

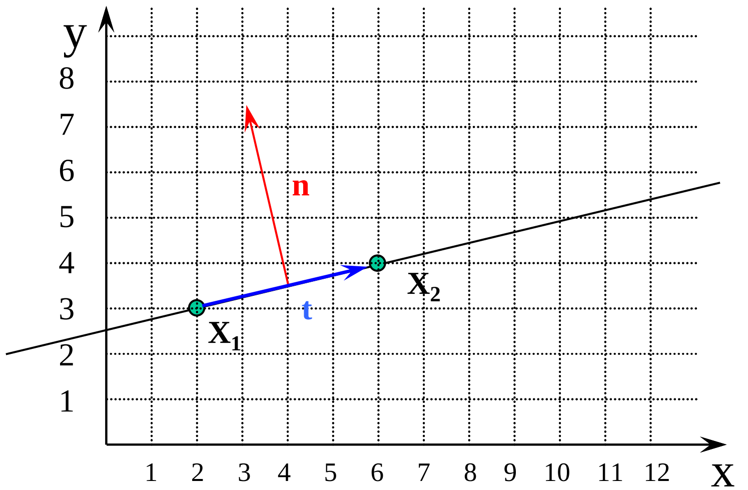
$$\mathbf{X} = \mathbf{G_1} \times \mathbf{G_2} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 c_2 - b_2 c_1 \\ -(a_1 c_2 - a_2 c_1) \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ h \end{bmatrix}^{\tau} = \boldsymbol{X}$$

Ako je $h = 0 \Rightarrow \mathbf{G_1} \,||\, \mathbf{G_2}$ jer se sijeku u $\propto$

Za paralelne pravce bi inače imali dijeljenje s nulom: $x = \frac{x_1}{h_1} = \frac{x_1}{0}$, $y = \frac{y_1}{h_1} = \frac{y_1}{0}$

NPR: odrediti pravac **G**

$$\mathbf{X}_1 = (2 \quad 3 \quad 1)$$
$$\mathbf{X}_2 = (6 \quad 4 \quad 1)$$



$$\mathbf{G} = \mathbf{X_1} \times \mathbf{X_2} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 3 & 1 \\ 6 & 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3-4 \\ -(2-6) \\ 8-18 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ -10 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} -1 & 4 \end{bmatrix}^{\tau}$ vektor normale

$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \end{bmatrix}^{\tau}$ vektor tangente

Npr. točka $\mathbf{X}_0 = (0\ 8\ 1)$ je "iznad"

Kada $\mathbf{X}_0$ uvrstimo u **G** $(-x_1 + 4\,x_2 - 10\,x_3) > 0$

Zamjena redoslijeda točaka X_2 pa X_1 utječe na orijentaciju pravca, izračunamo $\mathbf{G_1} = \mathbf{X_2} \times \mathbf{X_1}$
Npr. točka je tada $\mathbf{X}_0 = (0\ 8\ 1)$ za $\mathbf{G_1}$ "ispod"

Primjer kada homogena koordinata x_3 nije 1:

$$\mathbf{X}_1 = (4 \quad 6 \quad 2)$$
$$\mathbf{X}_2 = (18 \quad 12 \quad 3)$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{X_1} \times \mathbf{X_2} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & 6 & 2 \\ 18 & 12 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -6 \\ 24 \\ -60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ -10 \end{bmatrix}$$

2D TRANSFORMACIJE

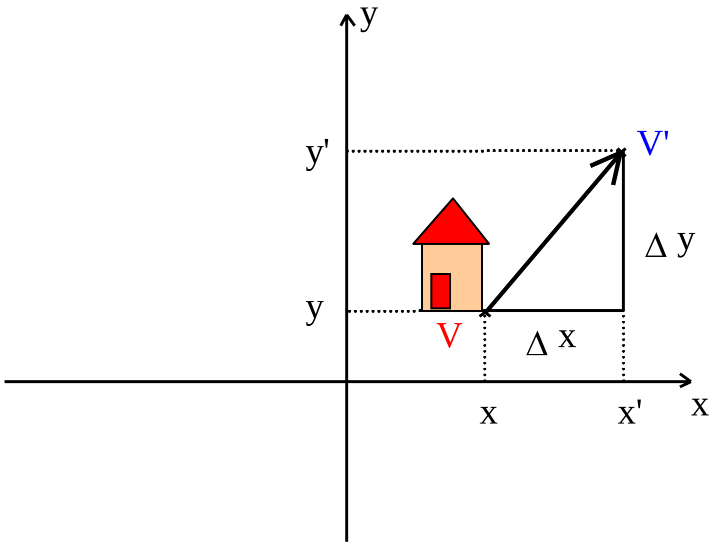
- TRANSLACIJA (POMAK)   T- matrica translacija

$$x' = x + \Delta x$$

$$y' = y + \Delta y$$

$$\begin{bmatrix} x' & y' & h' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & h \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \Delta x & \Delta y & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V}' = \mathbf{V} \cdot \mathbf{T}$$



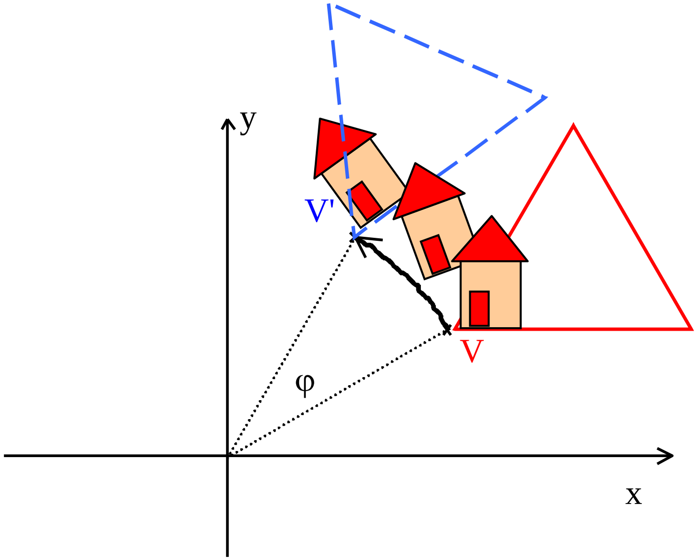
Dvije konvencije:
novatočka = točka · matrica
novatočka = matrica^{T} · točka

- ROTACIJA **oko ishodišta** za kut φ **suprotno smjeru** kazaljke na satu **CCW**

$$x' = x\cos\varphi - y\sin\varphi$$

$$y' = x\sin\varphi + y\cos\varphi$$

$$\begin{bmatrix} x' & y' & h' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & h \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{V}' = \mathbf{V} \cdot \mathbf{R}$$

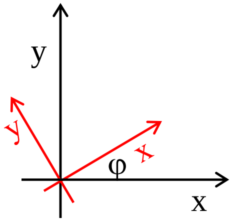


važno je obratiti pažnju da se radi o rotaciji oko ishodišta

http://webglfundamentals.org/webgl/lessons/webgl-2d-rotation.html

http://min.nl/cs426/jar/transform.html

interpretacija matrice rotacije

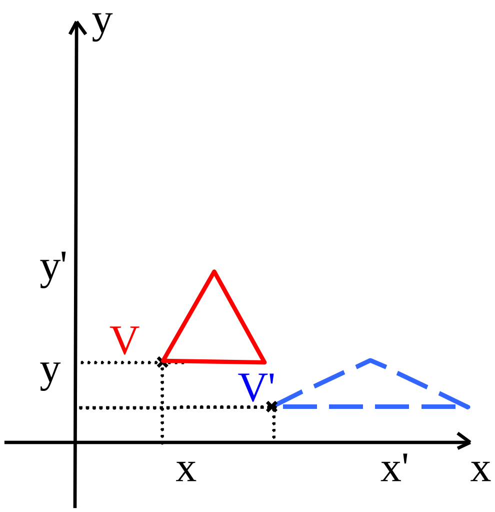


- SKALIRANJE (promjena mjerila)

$$x' = x\,s_x \qquad \begin{bmatrix} x' & y' & h' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & h \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{V'} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{S}$$

$$y' = y\,s_y$$

negativan predznak $-s_x$(ili $-s_y$) daje zrcaljenje oko koordinatnih osi y (ili x)



$$\begin{bmatrix} x' & y' & h' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & h \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

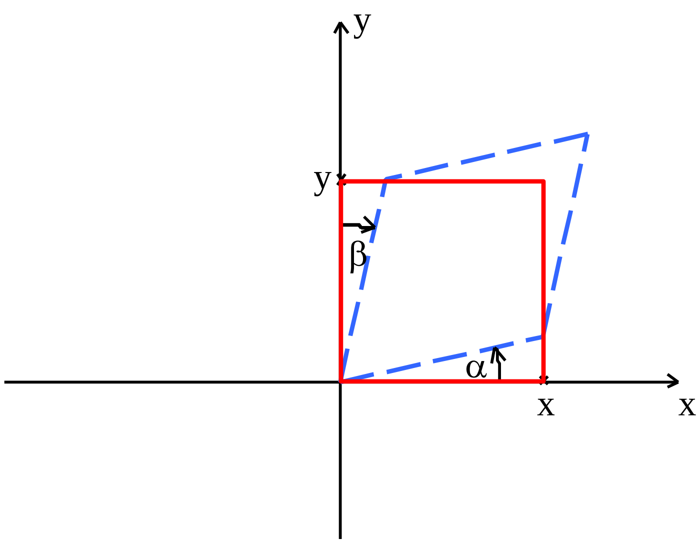
$$\begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ daje isti učinak kao } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

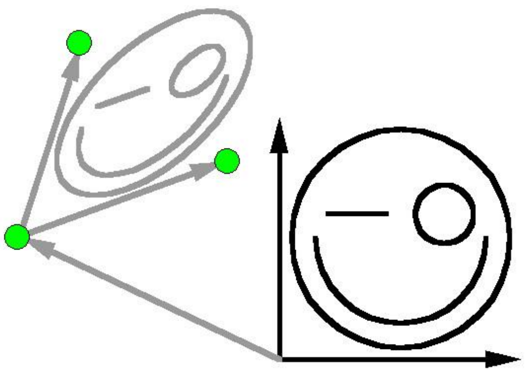
- s_x=0 da je projekciju, nepovratno gubimo informaciju

- SMIK - uzdužne transformacije

$$x' = x + y \cdot tg\beta$$
$$y' = y + x \cdot tg\alpha$$

$$\begin{bmatrix} x' & y' & h' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & h \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & tg\alpha & 0 \\ tg\beta & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$





http://www.martin-kraus.org/LiveGraphics3D/examples/parametrized/cagd/chap2fig4.html

https://ferko.fer.hr/minilessons/ml/minilesson/-/9fa48cd1fc1446f9af0e224b2d81a115/item/7/start

- INVERZNE TRANSFORMACIJE
  - translacija - inverz matrice translacije odgovara inverznoj transformaciji tj. pomaku u suprotnom smjeru

$$\mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \Delta x & \Delta y & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\Delta x & -\Delta y & 1 \end{bmatrix}$$

  - rotacija - inverzna matrice rotacije odgovara inverznoj transformaciji tj. rotaciji u suprotnom smjeru

$$\mathbf{R}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(-\varphi) & \sin(-\varphi) & 0 \\ -\sin(-\varphi) & \cos(-\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

  - skaliranje - inverz matrice skaliranja odgovara inverznoj transformaciji tj. povećavanje odgovara smanjivanju

$$\mathbf{S}^{-1} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{s_y} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- TRANSFORMACIJA PRAVCA
  - transformacija točke **V** u **V**' matricom **H** je

    $$\mathbf{V}' = \mathbf{V}\,\mathbf{H}$$

  - pravac **G** transformiramo u **G'** inverznom matricom **H**

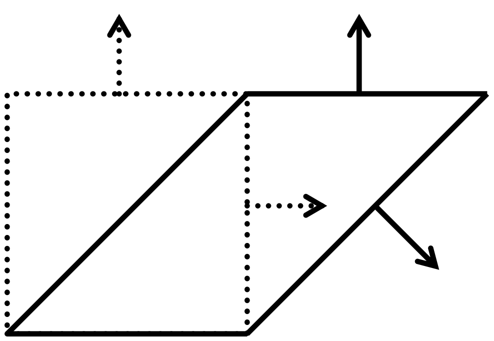
    $$\mathbf{G}' = \mathbf{H}^{-1}\,\mathbf{G}$$

  neformalni dokaz:

  neka je $\mathbf{V}\,\mathbf{G} = 0 \Rightarrow \mathbf{V}'\,\mathbf{G}' = 0$ tj. Ako točka **V** leži na pravcu **G**, slika točke **V**' leži na slici pravca **G'.**

  Ako je $\mathbf{V}\,\mathbf{G} = 0 \Rightarrow \mathbf{V}\,\mathbf{H}\,\mathbf{H}^{-1}\,\mathbf{G} = 0 \Rightarrow \mathbf{V}'\,\mathbf{H}^{-1}\,\mathbf{G} = 0 \Rightarrow \mathbf{G}' = \mathbf{H}^{-1}\,\mathbf{G}$

- TRANSFORMACIJA NORMALE
  - treba biti posebno pažljiv **-** $\mathbf{H}^{-1}$



- u općem slučaju ako promatramo
  - točku $\mathbf{V}' = \mathbf{V}\,\mathbf{H}$
  - vektor $\mathbf{G}' = \mathbf{H}^{-1}\,\mathbf{G}$

***Kucica\transformation_game.jar https://www.zemris.fer.hr/predmeti/irg/ferko_wiki/ID014/
http://math.hws.edu/graphicsbook/demos/c2/transforms-2d.html

TRANSFORMACIJA KOORDINATNOG SUSTAVA- MATRICA ROTACIJE

- rotacija jediničnih vektora *x*, *y* oko ishodišta za kut φ daje jedinične vektore koordinatnog sustava *u*, *v* $u \perp v$

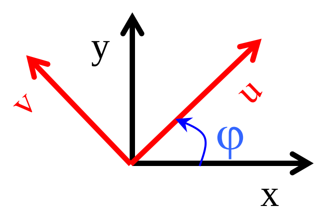
$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- u rotacijskoj matrici značenje pojedinih elemenata je:

$$u = \begin{bmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v = \begin{bmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x & u_y & 0 \\ v_x & v_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- drugim riječima, ako znamo rotirani koordinatni sustav odnosno jedinične vektore koji ga određuju *u* i *v* znamo i rotacijsku matricu



TRANSFORMACIJA KOORDINATNOG SUSTAVA - TRANSLACIJA

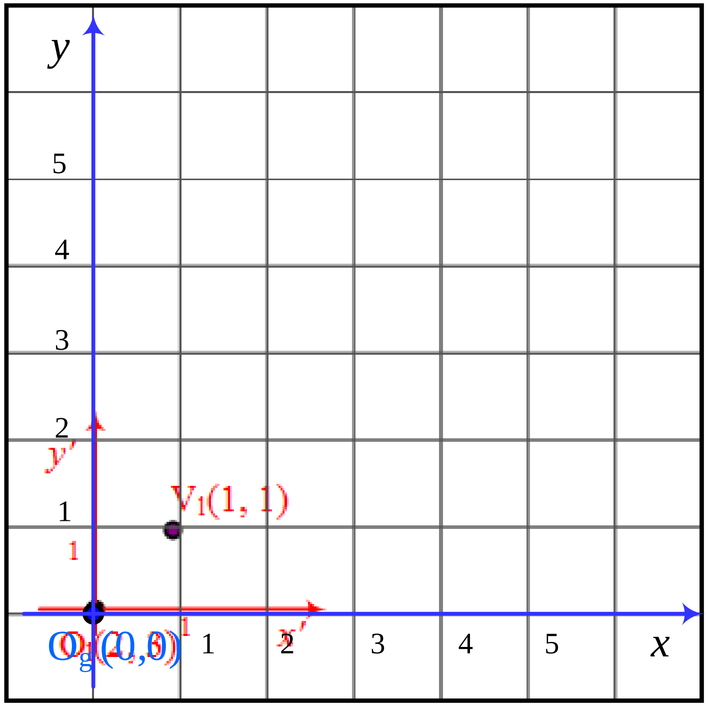
- globalni koordinatni sustav (plavo), lokalni (crveno)

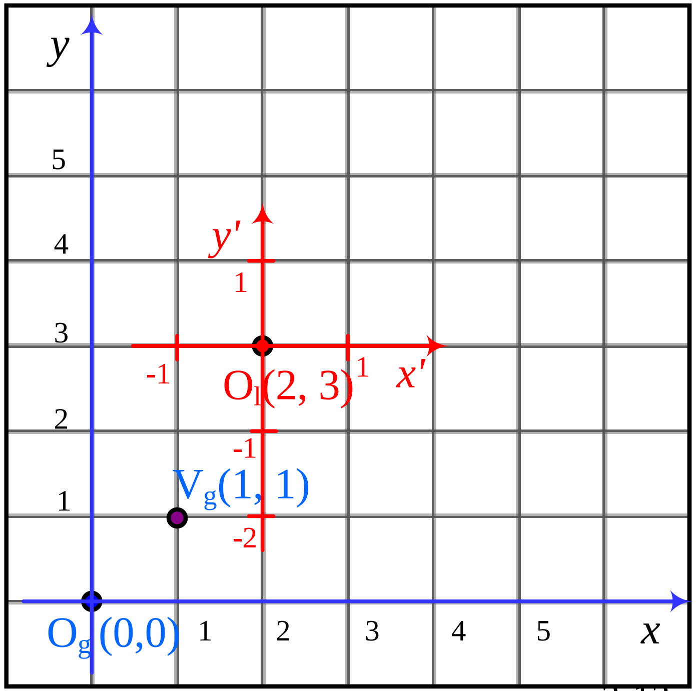
Iz lokanog u globalni →

$$\mathbf{V}_g = \mathbf{V}_l\mathbf{T} = \begin{bmatrix}1 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 2 & 3 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}3 & 4 & 1\end{bmatrix}$$

Iz globalnog u lokalni →

$$\mathbf{V}_l = \mathbf{V}_g\mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix}1 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ -2 & -3 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-1 & -2 & 1\end{bmatrix}$$





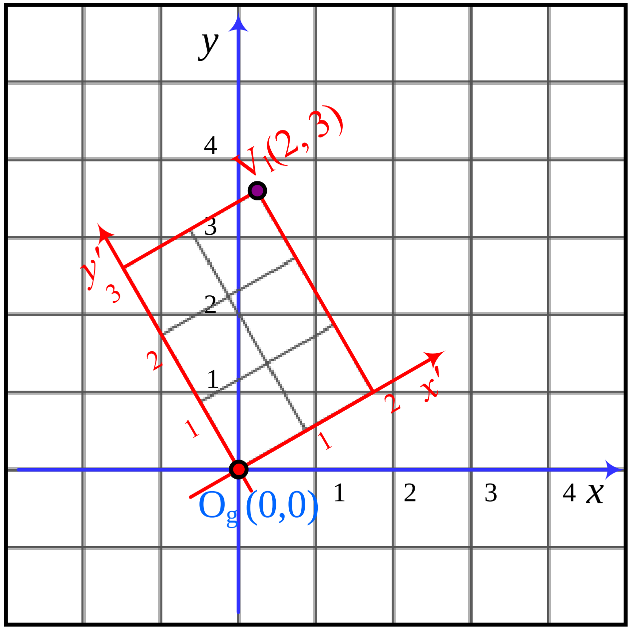
https://stemkoski.github.io/Three.js/Viewports-Dual.html

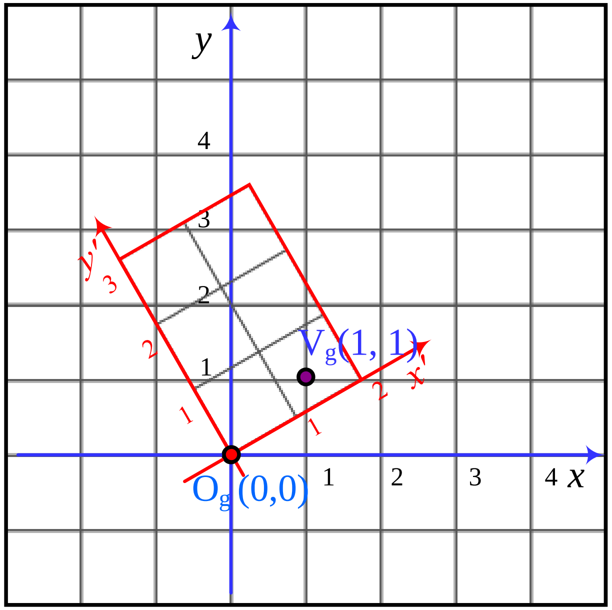
TRANSFORMACIJA KOORDINATNOG SUSTAVA- MATRICA ROTACIJE

Iz lokanog u globalni $\rightarrow \mathbf{V}_g = \mathbf{V}_l \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(30) & \sin(30) & 0 \\ -\sin(30) & \cos(30) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}23 & 3{,}60 & 1 \end{bmatrix}$

Iz globalnog u lokalni $\rightarrow \mathbf{V}_l = \mathbf{V}_g \mathbf{R}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(30) & -\sin(30) & 0 \\ \sin(30) & \cos(30) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}37 & 0{,}37 & 1 \end{bmatrix}$

Osnova za Model View matricu





http://math.hws.edu/graphicsbook/demos/c2/transform-equivalence-2d.html

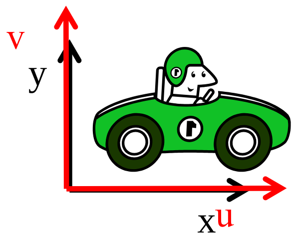
TRANSFORMACIJA KOORDINATNOG SUSTAVA (objekta)

– često je potrebno odrediti koordinate objekta u jednom koordinatnom sustavu promatrano iz drugog koordinatnog sustava
  - ako nam je poznata ciljna pozicija i orijentacija možemo odrediti potrebnu matricu
    - prvo rotacija
    - zatim translacija

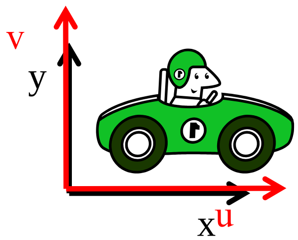
$$\mathbf{M}_1 = \mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{T}_1$$

  - koordinate u sustavu *u, v* ostaju iste
    - koordinate transformiranog objekta u sustavu *x, y* su: $\mathbf{V}_{(x,y)} = \mathbf{V}_{(u,v)} \cdot \mathbf{M}_1$
    - koordinate netransformiranog objekta u transformiranom sustavu *u, v* su:

$$\mathbf{P}_{(u,v)} = \mathbf{P}_{(x,y)} \cdot (\mathbf{M}_1)^{-1} = \mathbf{P}_{(x,y)} \cdot (\mathbf{R}_1\mathbf{T}_1)^{-1} = \mathbf{P}_{(x,y)} \cdot (\mathbf{T}_1)^{-1}(\mathbf{R}_1)^{-1}$$



$$\mathbf{V}_{(x,y)} = \mathbf{V}_{(u,v)} \cdot \mathbf{M}_1$$



$$\mathbf{P}_{(u,v)} = \mathbf{P}_{(x,y)} \cdot (\mathbf{T}_1)^{-1}(\mathbf{R}_1)^{-1}$$

- VAŽNO
  – operacije su sadržane u *podacima* (matricama),

  a ne u instrukcijama
  - matrice transformacija prvo pomnožimo tako da dobijemo konačnu matricu, a onda množimo s točkama (manje operacija)
  – zadnji stupac u navedenim matricama je:

  $$\begin{bmatrix} \times & \times & 0 \\ \times & \times & 0 \\ \times & \times & 1 \end{bmatrix}$$

  što znači da su transformacije AFINE

  t.j. čuvaju *paralelnost* pravaca.
  – transformacije translacije, rotacije i skaliranja (s_x=s_y) čine također ortogonalno preslikavanje

  tj. čuvaju *kuteve*
  – kod korištenja više uzastopnih transformacija bitan je ***redoslijed*** tih transformacija (zato što množenje matrica nije komutativno)

    Npr: http://www.cs.rit.edu/~icss571/clipTrans/transformation.html

    https://ferko.fer.hr/minilessons/ml/minilesson/cc=DEFAULT,c=77f27c05d7164a7cb227cbdf8321d051/9fa48cd1fc1446f9af0e224b2d81a115/item/5/start

3.2 3D TRODIMENZIJSKE PRIMITIVE

– 3D TOČKE

- Homogena koordinata (proizvoljna a obično je 1)

$\mathbf{V}=(x, y, z) \rightarrow \mathbf{X}= (x', y', z', h)$ ili $\mathbf{X}= (x_1, x_2, x_3, x_4)$

$$\rightarrow \quad x = \frac{x_1}{x_4} \qquad y = \frac{x_2}{x_4} \qquad z = \frac{x_3}{x_4}$$

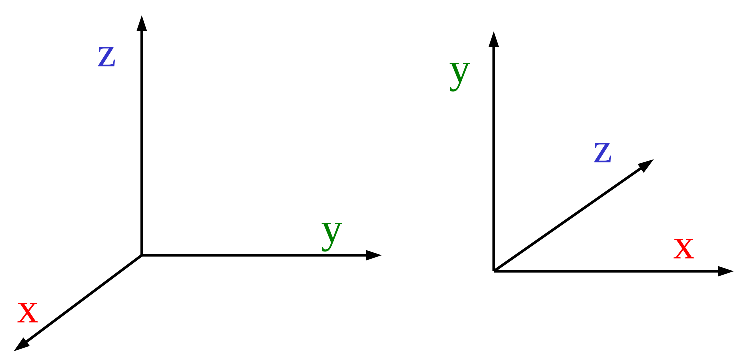
$$\leftarrow \quad x_1 = x\,x_4 \qquad x_2 = y\,x_4 \qquad x_3 = z\,x_4$$

Točka u $\propto$ je ($\times$, $\times$, $\times$, 0). Kombinacija (0, 0, 0, 0) nije dozvoljena.

– KOORDINATNI SUSTAV

- Desni (lijevi) koordinatni sustav: kada se gleda iz pozitivnog smjera osi prema ishodištu rotacija za 90° suprotno smjeru (u smjeru) kazaljke na satu daje zakretanje osi.

Gledano iz:	daje zakretanje:
• x	y→z
• y	z→x
• z	x→y



DESNI LIJEVI

– 3D PRAVAC

- Parametarski prikaz pravca

  – Proširenje eksplicitnog ili implicitnog oblika jednadžbe pravca iz dvodimenzijskog prostora za još jednu koordinatu neće dati pravac u trodimenzijskom prostoru.

$$\begin{aligned} x_1 &= at + x_0 \\ x_2 &= bt + y_0 \\ x_3 &= ct + z_0 \\ x_4 &= dt + h_0 \end{aligned} \qquad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ x_0 & y_0 & z_0 & h_0 \end{bmatrix} = \mathbf{TL}$$

  – L je karakteristična matrica pravca
  – t je parametar

♣ pravac je određen s dvije točke

$$\mathbf{V}_0 = \begin{pmatrix} x_0 & y_0 & z_0 & h_0 \end{pmatrix}, \qquad t_0 = 0$$
$$\mathbf{V}_1 = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & h_1 \end{pmatrix}, \qquad t_1 = 1$$

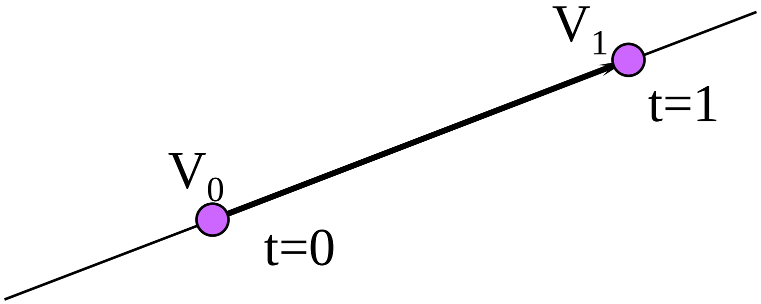
dvije točke uvrstimo u parametarsku jednadžbu pravca:

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ x_0 & y_0 & z_0 & h_0 \end{bmatrix} = \mathbf{TL}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{V}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_0 & 1 \\ t_1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{L} \;\Rightarrow\; \mathbf{L} = \begin{bmatrix} t_0 & 1 \\ t_1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{V}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{V}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{V}_0 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\mathbf{V} = \mathbf{TL} = \begin{bmatrix} t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{V}_0 \end{bmatrix}}$$

$$\boxed{\mathbf{V} = \left(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_0\right) t + \mathbf{V}_0}$$



– ovaj oblik vrijedi i u 2D prostoru
– linearna interpolacija
– https://mathinsight.org/line_parametrization

– RAVNINA

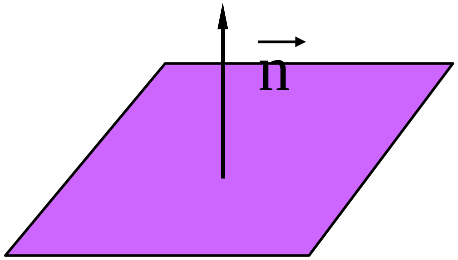
- Jednadžba ravnine u implicitnom obliku

$$a x_1 + b x_2 + c x_3 + d x_4 = 0 \qquad \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \mathbf{VR} = 0$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \text{ normala na ravninu odredena je vektorom } \vec{\mathbf{n}} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

- po dogovoru uvodimo:

$$\mathbf{V} \cdot \mathbf{R} \begin{cases} > 0, & \mathbf{V} \text{ je "iznad" ravnine } \mathbf{R} \\ = 0, & \mathbf{V} \text{ je na ravnini } \mathbf{R} \\ < 0, & \mathbf{V} \text{ je "ispod" ravnine } \mathbf{R} \end{cases}$$



- https://mathinsight.org/forming_planes

– RAVNINA
  - Jednadžba ravnine u parametarskom obliku

$$x_1 = u\,a_1 + v\,b_1 + c_1$$
$$x_2 = u\,a_2 + v\,b_2 + c_2$$
$$x_3 = u\,a_3 + v\,b_3 + c_3$$
$$x_4 = u\,a_4 + v\,b_4 + c_4$$

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} u & v & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} u & v & 1 \end{bmatrix} \mathbf{R}$$

– R je karakteristična matrica ravnine

– *u*, *v* su parametri koji određuju točku u ravnini

♣ ravnina je određena s tri točke (koje nisu kolinearne)

$$\mathbf{V}_0 = \begin{pmatrix} x_0 & y_0 & z_0 & h_0 \end{pmatrix}, \qquad u_0 = 0,\ v_0 = 0,$$
$$\mathbf{V}_1 = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & h_1 \end{pmatrix}, \qquad u_1 = 1,\ v_1 = 0,$$
$$\mathbf{V}_2 = \begin{pmatrix} x_2 & y_2 & z_2 & h_2 \end{pmatrix}, \qquad u_2 = 0,\ v_2 = 1.$$

tri točke uvrstimo u parametarsku jednadžbu ravnine:

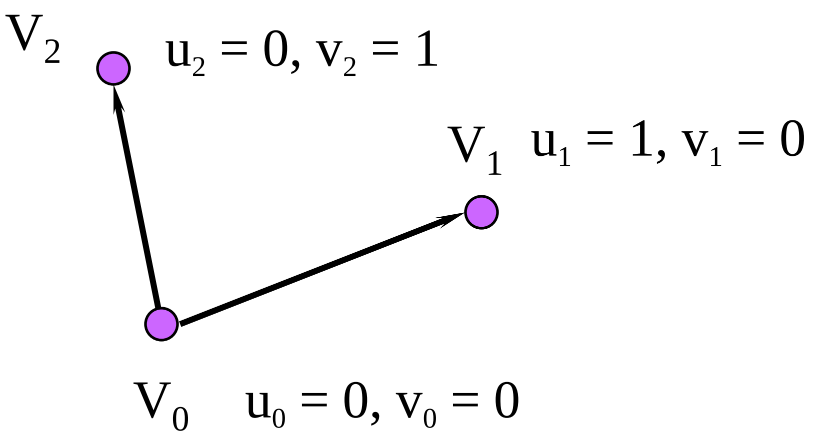
$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} u & v & 1 \end{bmatrix} \mathbf{R}$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} u_0 & v_0 & 1 \\ u_1 & v_1 & 1 \\ u_2 & v_2 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{V}_0 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\mathbf{V} = \begin{bmatrix} u & v & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{V}_0 \end{bmatrix}}$$

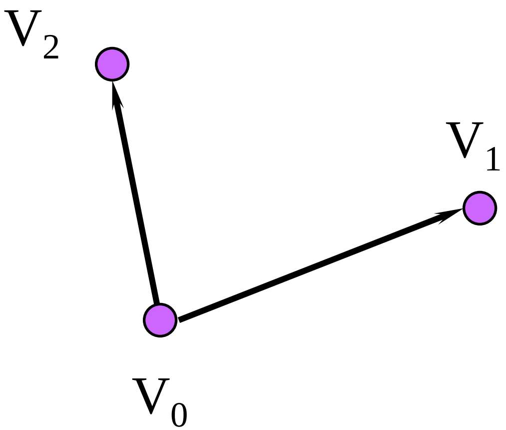
https://mathinsight.org/plane_parametrization

$$\boxed{\mathbf{V} = \left(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_0\right) u + \left(\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_0\right) v + \mathbf{V}_0}$$



- normala na ravninu

$$\mathbf{n} = (\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_0) \times (\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_0)$$



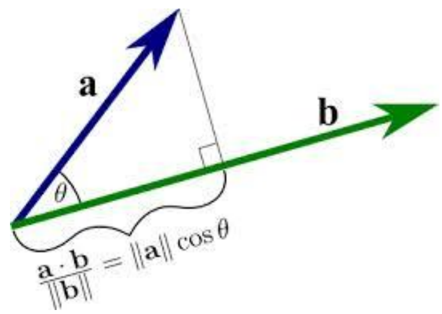
- površina trokuta

$$P_\Delta = \frac{1}{2}\left\|(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_0) \times (\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_0)\right\|$$

Npr. $V_0 = (2, 0, 0)$ $V_1 = (0, 4, 0)$ $V_2 = (0, 0, 3)$ $\Longrightarrow$ $V_0V_1 = (-2, 4, 0)$, $V_0V_2 = (-2, 0, 3)$

$$P_\Delta = \frac{1}{2}\left\|(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_0) \times (\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_0)\right\| = \frac{1}{2}\left\|\begin{bmatrix} i & j & k \\ -2 & 4 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \end{bmatrix}\right\|$$

$$= \frac{1}{2}\left\|12\mathrm{i} + 6\mathrm{j} + 8\mathrm{k}\right\| = \left\|6\mathrm{i} + 3\mathrm{j} + 4\mathrm{k}\right\| = \sqrt{61}$$



- jedinična normala na ravninu

$$\mathbf{n}_1 = \frac{(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_0) \times (\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_0)}{2P_\Delta} = \frac{\mathbf{n}}{\|\mathbf{n}\|}$$

https://mathinsight.org/cross_product
https://mathinsight.org/dot_product

♣ presjek tri ravnine je točka (koje nisu koplanarne)

$$\mathbf{V}\,\mathbf{R}_0 = 0,$$ točke leži u sve tri ravnine.

$$\mathbf{V}\,\mathbf{R}_1 = 0,$$

$$\mathbf{V}\,\mathbf{R}_2 = 0.$$

$$\mathbf{V}\begin{bmatrix} & & & 0 \\ & & & 0 \\ [\mathbf{R}_0] & [\mathbf{R}_1] & [\mathbf{R}_2] & 0 \\ & & & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & d \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V}\,\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & d \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{V} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & d \end{bmatrix}\mathbf{Q}^{-1}$$

♣ presjek dvije ravnine je pravac (koje nisu koplanarne)

3D TRANSFORMACIJE

- TRANSLACIJA (POMAK)   T- matrica translacija

$$x' = x + \Delta x$$

$$y' = y + \Delta y$$

$$z' = z + \Delta z$$

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & h' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & h \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \Delta x & \Delta y & \Delta z & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{V'} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{T}$$

- ROTACIJA (gledamo iz pozitivnog smjera osi)
  - oko x osi za kut α suprotno smjeru kazaljke na satu

$$\mathbf{R}_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

  - oko y osi za kut β suprotno smjeru kazaljke na satu

$$\mathbf{R}_y = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

  - oko z osi za kut γ suprotno smjeru kazaljke na satu

$$\mathbf{R}_z = \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- SKALIRANJE (promjena mjerila)

https://threejs.org/examples/misc_controls_transform.html
https://www.babylonjs-playground.com/#X6MQ1L

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{V}' = \mathbf{V} \cdot \mathbf{S}$$

- SMIK (uzdužne deformacije) TRANSFORMATION

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & tg\alpha & tg\alpha & 0 \\ tg\beta & 1 & tg\beta & 0 \\ tg\chi & tg\chi & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{V}' = \mathbf{V} \cdot \mathbf{D}$$

- INVERZNE TRANSFORMACIJE

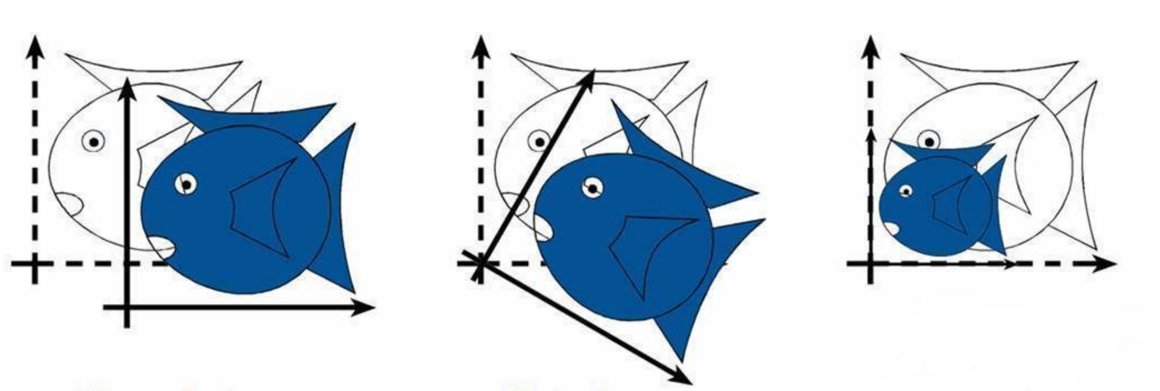
  – translacija **-** inverzna matrice translacije odgovara inverznoj transformaciji tj. pomaku u suprotnom smjeru, odnosno mijenja se **predznak pomaka** duž pojedinih osi

  – rotacija – inverzna matrice rotacije odgovara inverznoj transformaciji tj. rotaciji u suprotnom smjeru, odnosno mijenja se **predznak kuta** rotacije, inverzna matrica odgovara transponiranoj

  – skaliranje **-** inverzna matrice skaliranja odgovara inverznoj transformaciji tj. povećavanje odgovara smanjivanju, odnosno mijenja se faktor skaliranja u **recipročnu** vrijednost

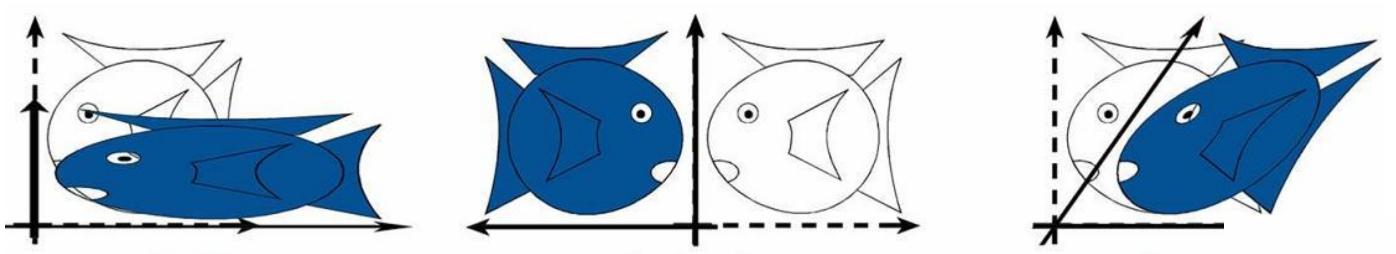
PODJELA TRANSFORMACIJA

- transformacije čvrstog tijela (engl. rigid body) - čuva *udaljenosti*
    - translacija, rotacija
- transformacije sličnosti (engl. similarity) - čuva *kutove*
    - jednoliko skaliranje,

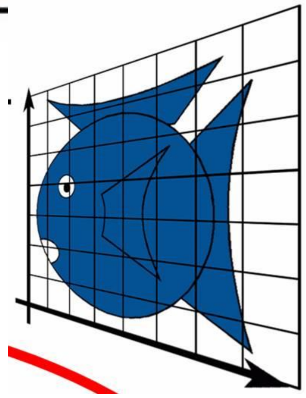


PODJELA TRANSFORMACIJA

- Afine - čuva *paralelnost* pravaca
  - nejednoliko skaliranje $s_x \neq s_y$,
  - zrcaljenje
  - smik – uzdužne transformacije

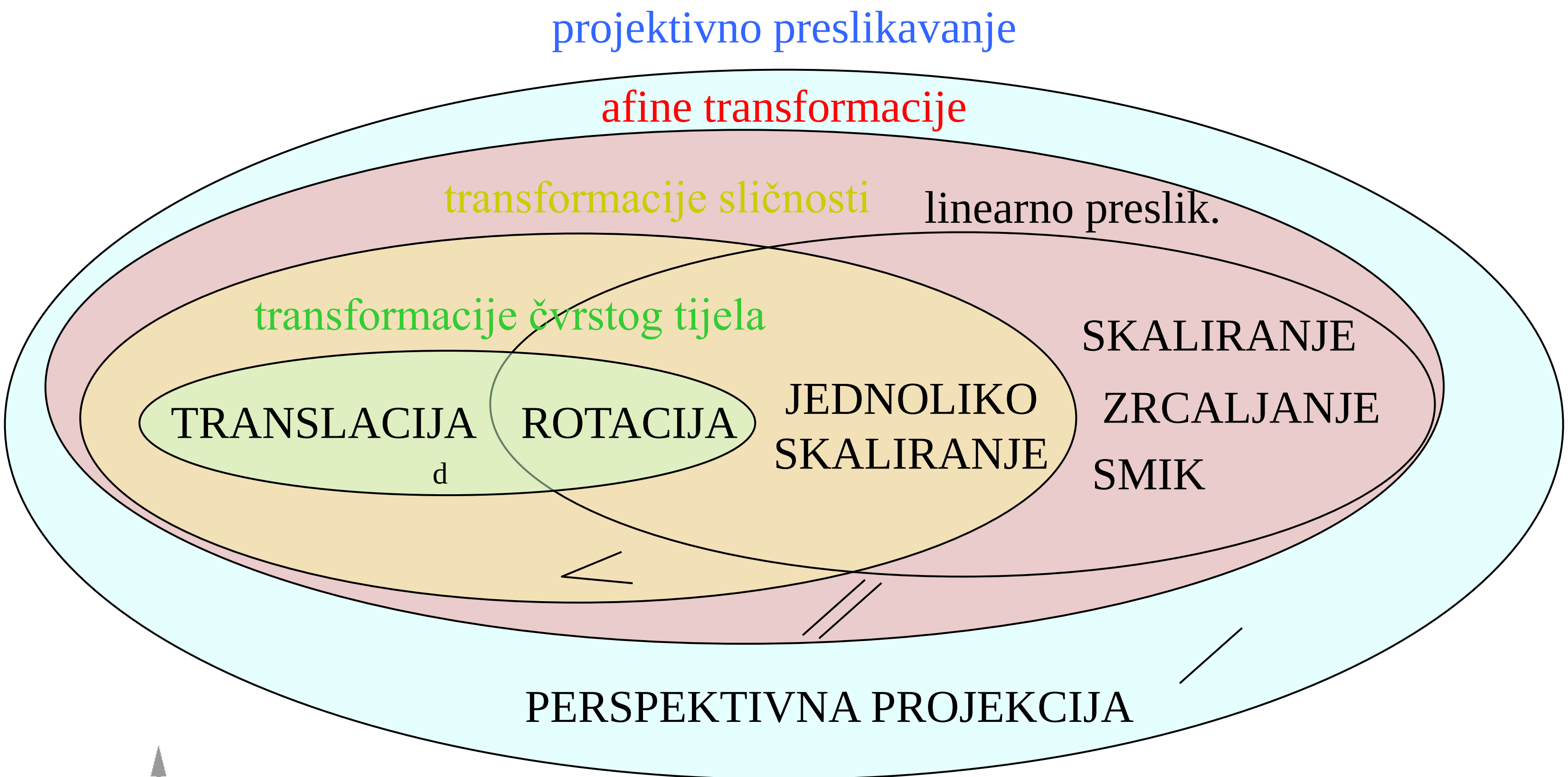


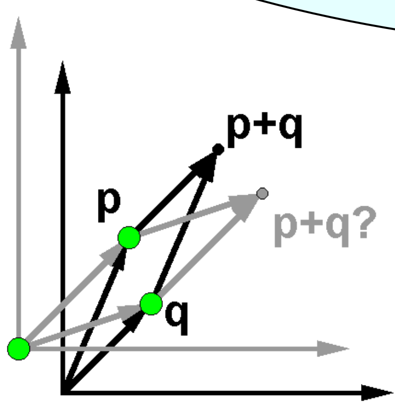
- projektivne - *linije* ostaju linije
  - perspektivna projekcija



- nelinearne - linije postaju krivulje
  - uvijanje

http://mathinsight.org/applet/nonlinear_2d_change_variables_map_area_transformation

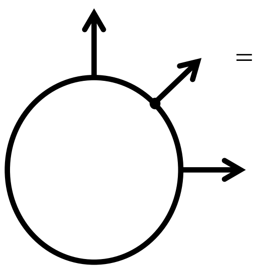




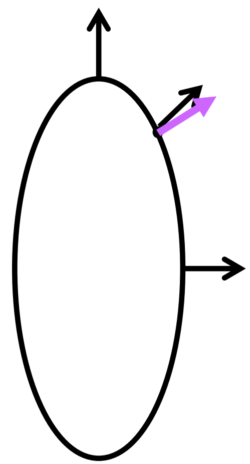
$$L(P+Q)=L(P)+L(Q)$$
$$L(\alpha P)=\alpha L(P)$$

zbroj 2 točke (nije definirano)
u različitim koordinatnim sustavima nije isti:
http://www.martin-kraus.org/LiveGraphics3D/examples/parametrized/cagd/chap2fig2.html

* kod nerigidnih transformacija treba paziti na normale i njihovu transformaciju
Npr. skaliranje po *y* osi za 2 utjecat će na normalu,
ako smo ju prije izračunali morat ćemo ju transformirati sa $\mathbf{S}^{-1}$
(u 3D posebno treba paziti u kojem prostoru koristimo normale)



$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}^{\tau} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \end{pmatrix}^{\tau}$$



$$\mathbf{n}' = \mathbf{S}^{-1}\mathbf{n} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{4} & 0 \end{pmatrix}^{\tau} - \text{nije normirana}$$

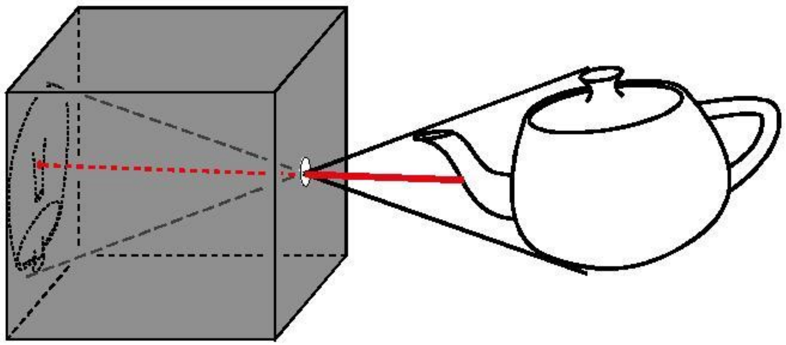
za invertibilne matrice vrijedi:

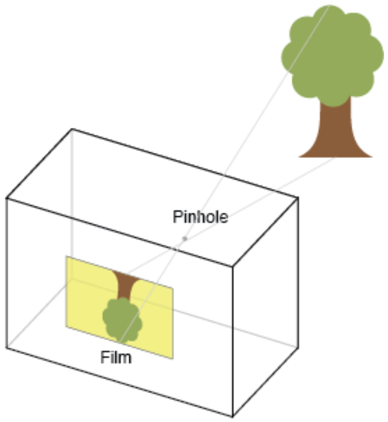
$$(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2)^{-1} = \mathbf{S}_2^{-1} \cdot \mathbf{S}_1^{-1}$$

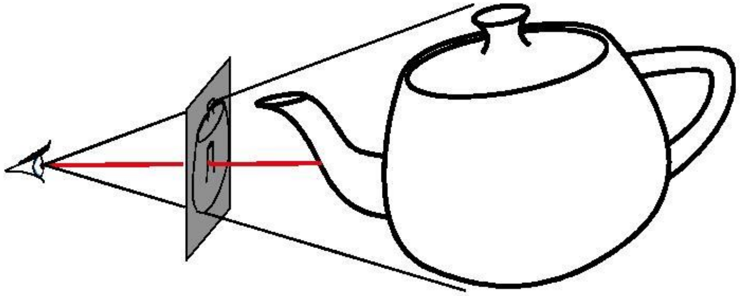
$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{S}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.3 TRANSFORMACIJA POGLEDA I PROJEKCIJE

– projekcija - kamera

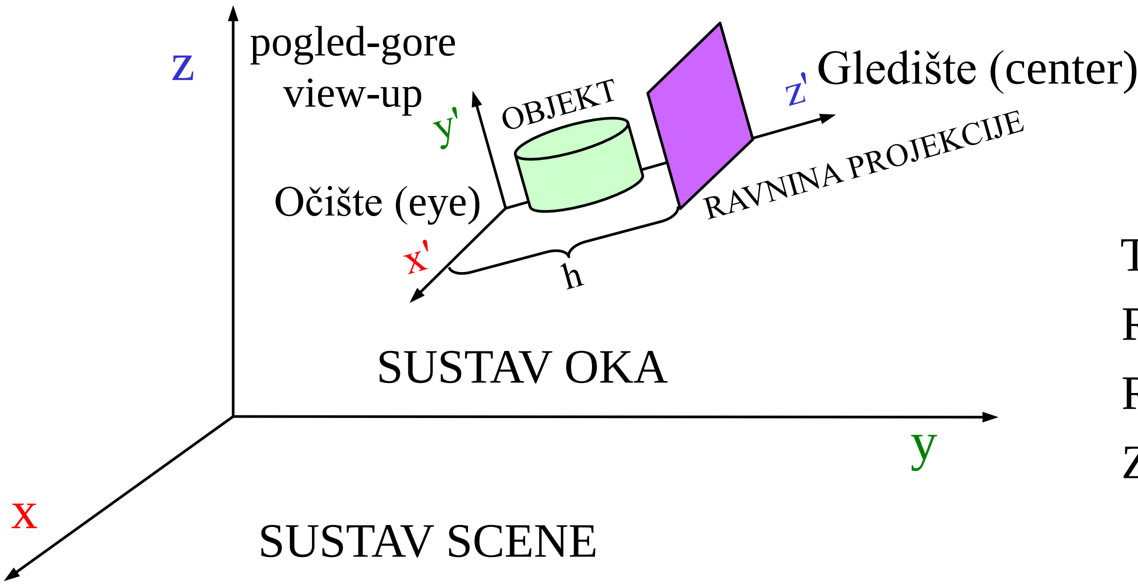






https://cs.wellesley.edu/~cs307/threejs/demos/Camera/camera-api.shtml
https://webglfundamentals.org/webgl/frustum-diagram.html

TRANSFORMACIJA POGLEDA („*view*” dio matrice)



TRANSLACIJA

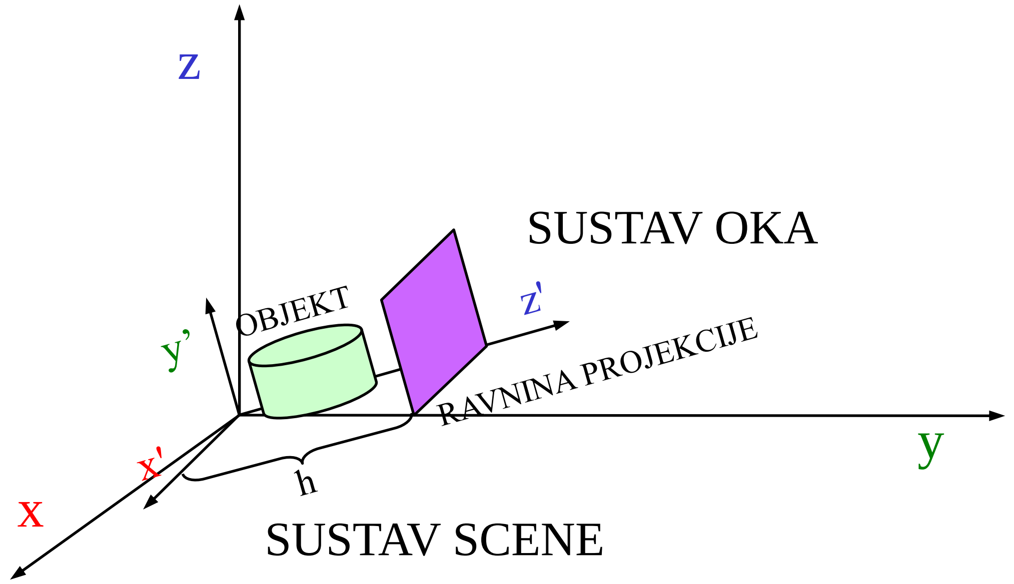
ROTACIJA OKO Z-osi

ROTACIJA OKO Y-osi

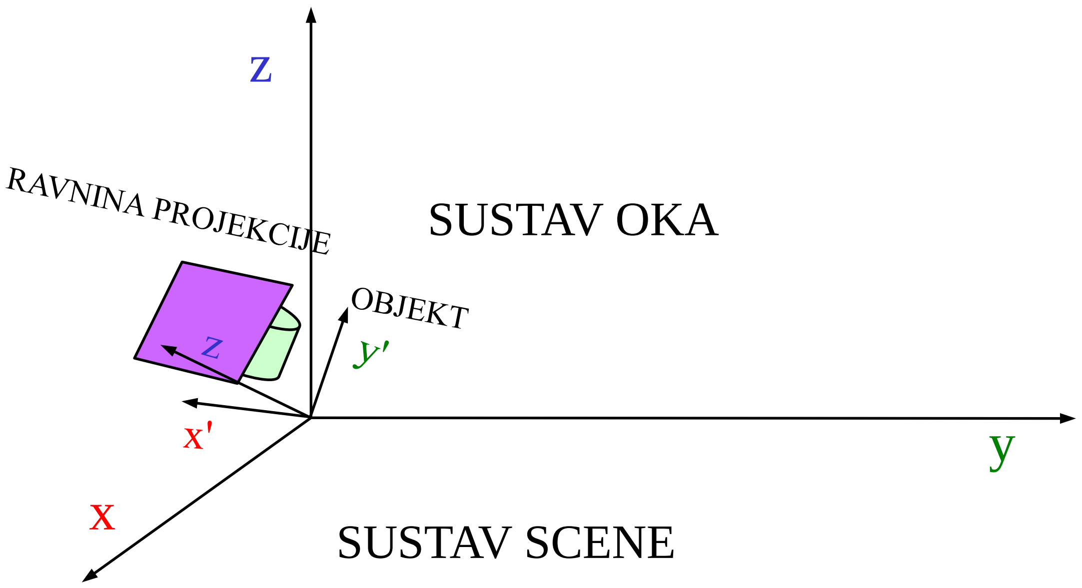
ZRCALJENJE

[2D](https://webgl2fundamentals.org/webgl/lessons/webgl-visualizing-the-camera.html)

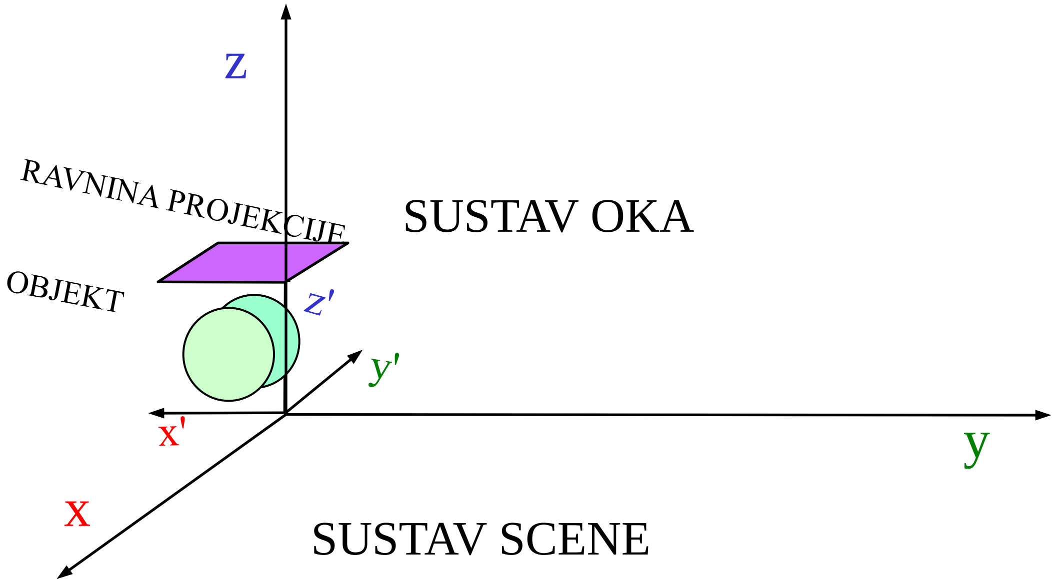
https://webgl2fundamentals.org/webgl/lessons/webgl-visualizing-the-camera.html



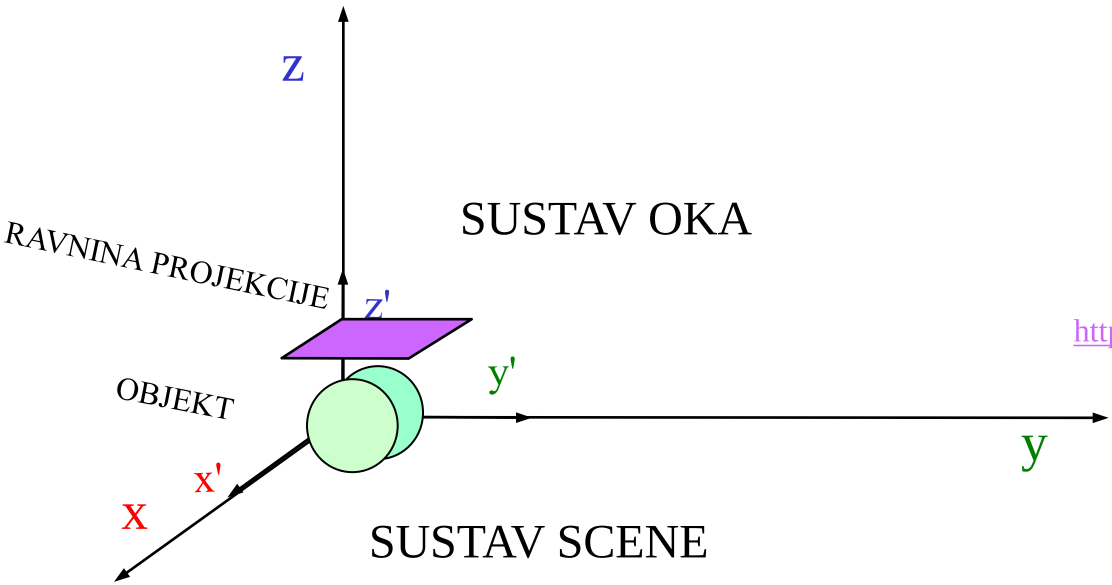
TRANSLACIJA



ROTACIJA OKO Z-osi



ROTACIJA OKO Y-osi

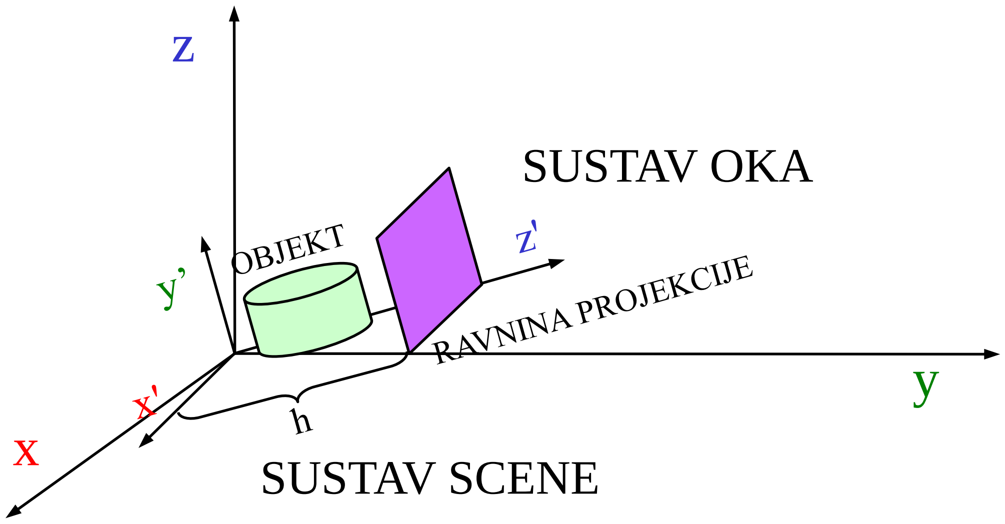


POKLAPANJE osi

https://cs1230.graphics/demos/camera/

(World space)

Jednostavniji način:



TRANSLACIJA

- nakon translacije koordinatne sustave možemo podudariti u jednom koraku:

$$R = \begin{bmatrix} x_1' & x_2' & x_3' & 0 \\ y_1' & y_2' & y_3' & 0 \\ z_1' & z_2' & z_3' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ potrebna rotacija je } R^{-1} = \begin{bmatrix} x_1' & y_1' & z_1' & 0 \\ x_2' & y_2' & z_2' & 0 \\ x_3' & y_3' & z_3' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- primjena kod rotacije objekta oko osi https://math.hws.edu/graphicsbook/demos/c3/rotation-axis.html

KOORDINATE U SUSTAVU SCENE

↓ TRANSFORMACIJA POGLEDA (ModelView matrica)

KOORDINATE U SUSTAVU OKA

↓ PROJEKCIJA (projekcijska matrica)

KOORDINATE U SUSTAVU PROJEKCIJE

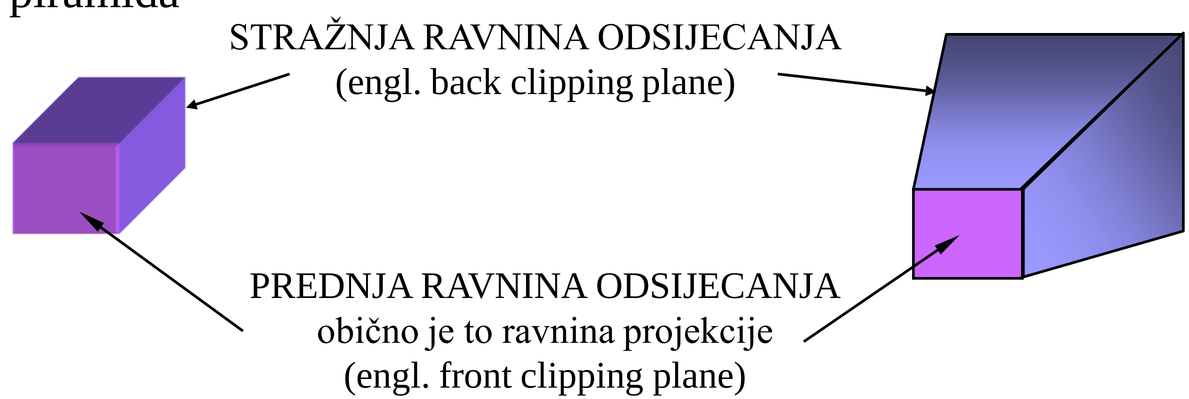
↓ NORMIRANJE KOORDINATA (dijeljenje s homogenom komponentom prilagođavanje otvoru - viewport)

UREĐAJ

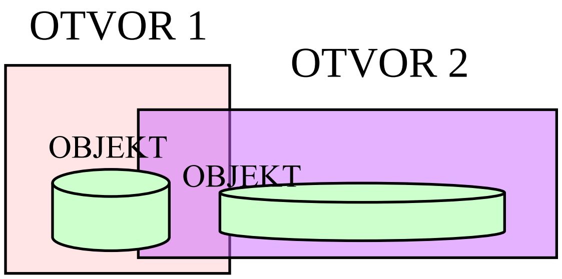
http://www.realtimerendering.com/udacity/?load=demo/unit7-view-pipeline.js

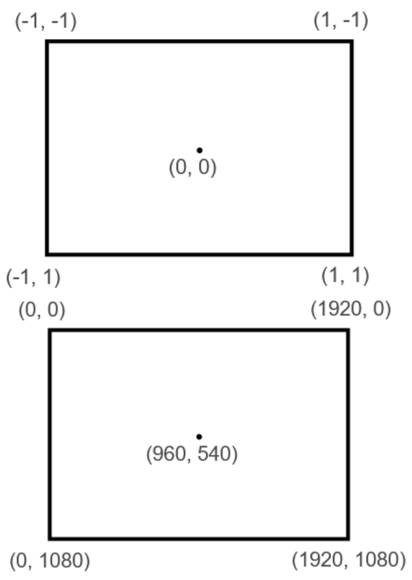
- TRANSFORMACIJA POGLEDA
  - postupak kojim koordinatni sustav očišta transformiramo u koordinatni sustav scene, odnosno određivanje **View** matrice kako bi mogli nakon toga primijeniti transformaciju projekcije
  - ishodište koordinatnog sustava oka - može biti centar projekcije
  - H - udaljenost očišta od ravnine projekcije
  - vektor pogled-gore (VIEW UP)
    određuje okomicu (**y** os u 2D sustavu projekcije) na z os promatrača

- ODSIJECANJE OBZIROM NA VOLUMEN POGLEDA (frustum)
  - kvadar   c:Projekcija   http://cs.wellesley.edu/~cs307/threejs/demos/Camera/frustum.shtml
  - krnja piramida



- PROJEKCIJA
  - paralelna
    - ortografska (3 ortogonalne) http://xeogl.org/examples/#camera_orthographic
    - kosa
  - perspektivna
  - https://cs1230.graphics/demos/camera/ (Camera Mode)
  - https://threejs.org/examples/webgl_materials_channels (Camera)
- NORMIRANJE KOORDINATA U SUSTAVU PROJEKCIJE
  - normirane koordinate u sustavu uređaja NDC
  - koordinate u sustavu otvora (engl. viewport)
    - otvor definira područje unutar ekrana u koje će naša slika biti iscrtana http://stemkoski.github.io/Three.js/Viewports-Dual.html (WSAD, 2xkamera)





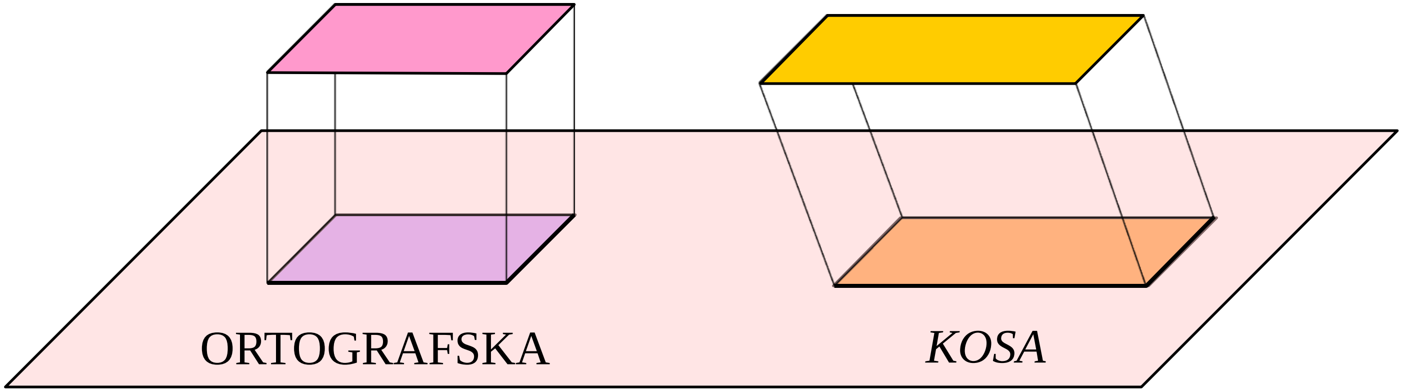
PROJEKCIJE

projektori - zrake kojima se obavlja projekcija

- PARALELNA PROJEKCIJA - projektori su paralelni
  - ortografska - projektori su okomiti na podlogu
    - 3 ortogonalne projekcije na ravnine xy, xz, yz. Npr. xy ravnina.

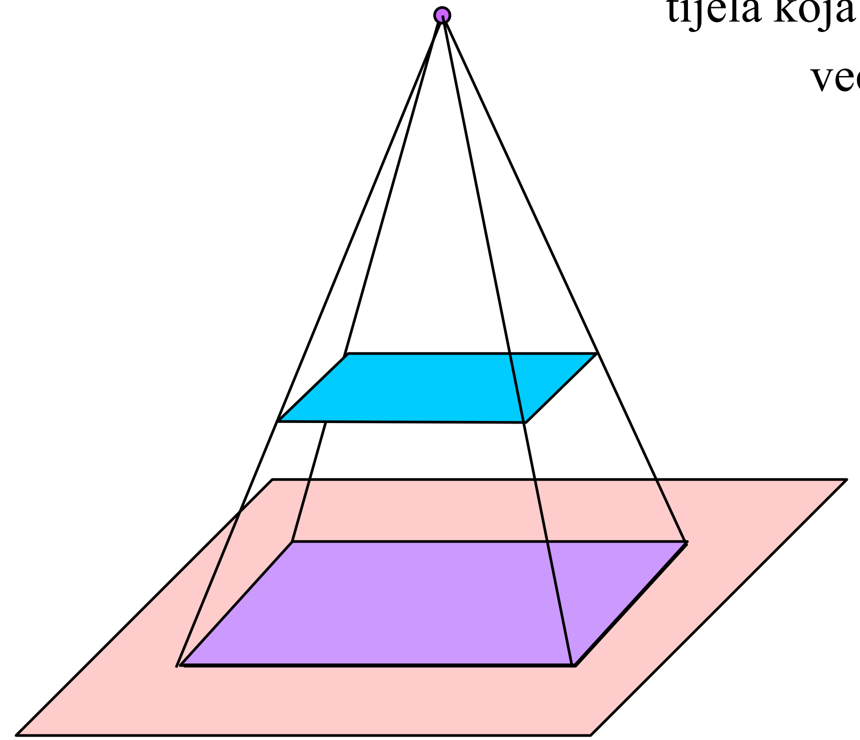
$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & h' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & h \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

  - kose - projektori su koso prema podlozi



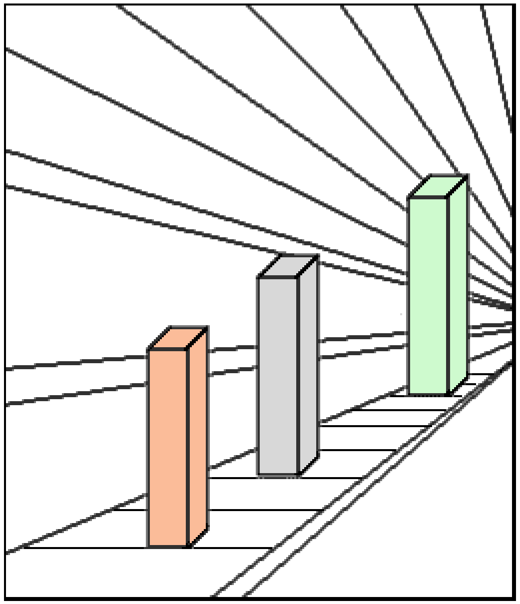
– PERSPEKTIVNA PROJEKCIJA - projektori idu iz centra projekcije kroz vrhove objekta

C - centar projekcije



tijela koja su bliže promatraču
veća su u projekciji

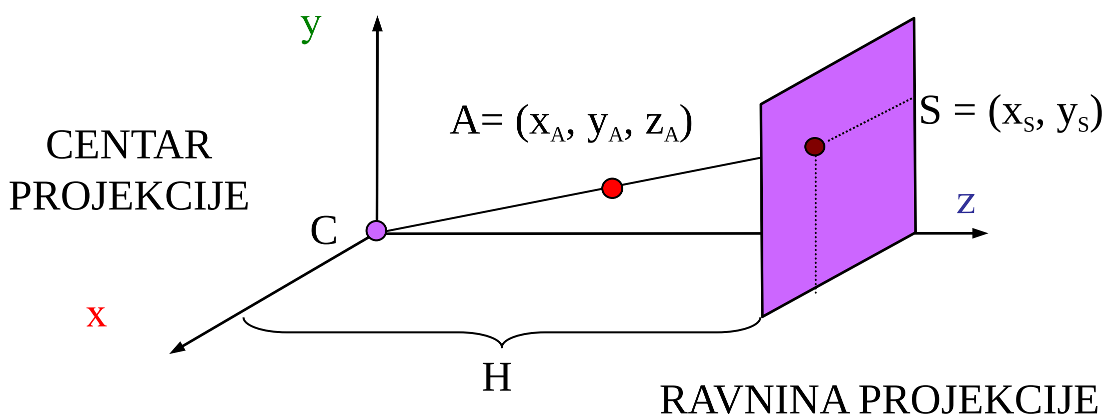
PERSPEKTIVNA PROJEKCIJA

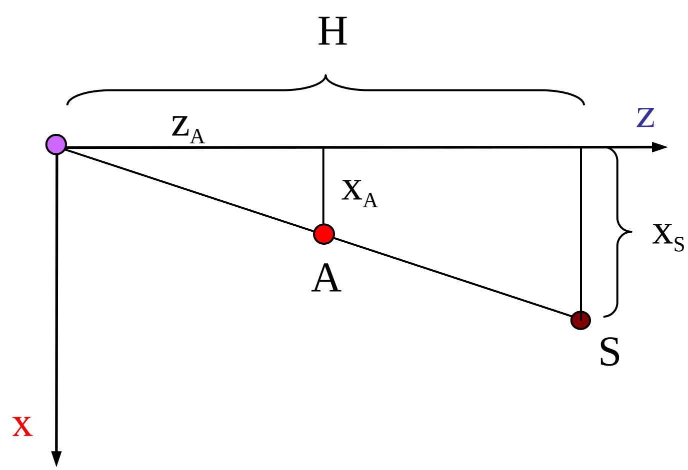


prikazani kvadri su jednaki

Npr: Određivanje Matrice (transformacija pogleda i projekcija) iz projekcije: http://tool.duruofei.com/projective_matrix/ IExplorer

- CENTAR PROJEKCIJE JE U ISHODIŠTU





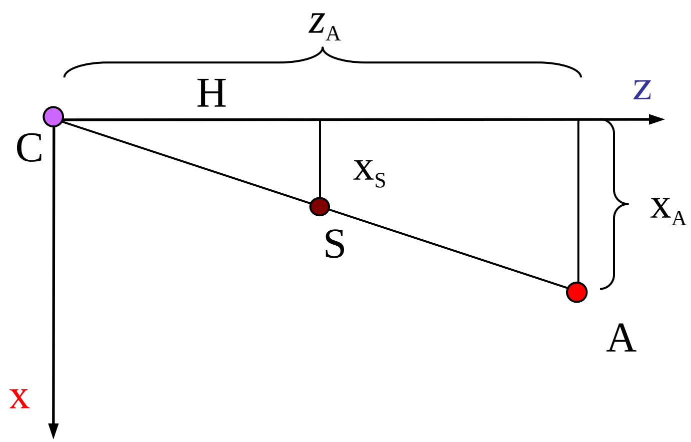
$$\frac{x_S}{H} = \frac{x_A}{z_A} \Rightarrow x_S = \frac{x_A}{z_A}\,H$$

slično

$$\frac{y_S}{H} = \frac{y_A}{z_A} \Rightarrow y_S = \frac{y_A}{z_A}\,H$$

$$z_S = H$$

- ako je točka iza ravnine projekcije rezultat je isti



$$\frac{x_S}{H} = \frac{x_A}{z_A} \Rightarrow x_S = \frac{x_A}{\left(\frac{z_A}{H}\right)}$$

$$y_S = \frac{y_A}{\left(\frac{z_A}{H}\right)}$$

$$z_S = \frac{z_A}{\left(\frac{z_A}{H}\right)} = H$$

$$\begin{aligned} x_S &= x_A \\ y_S &= y_A \\ z_S &= z_A \\ h_S &= \frac{z_A}{H} \end{aligned}$$

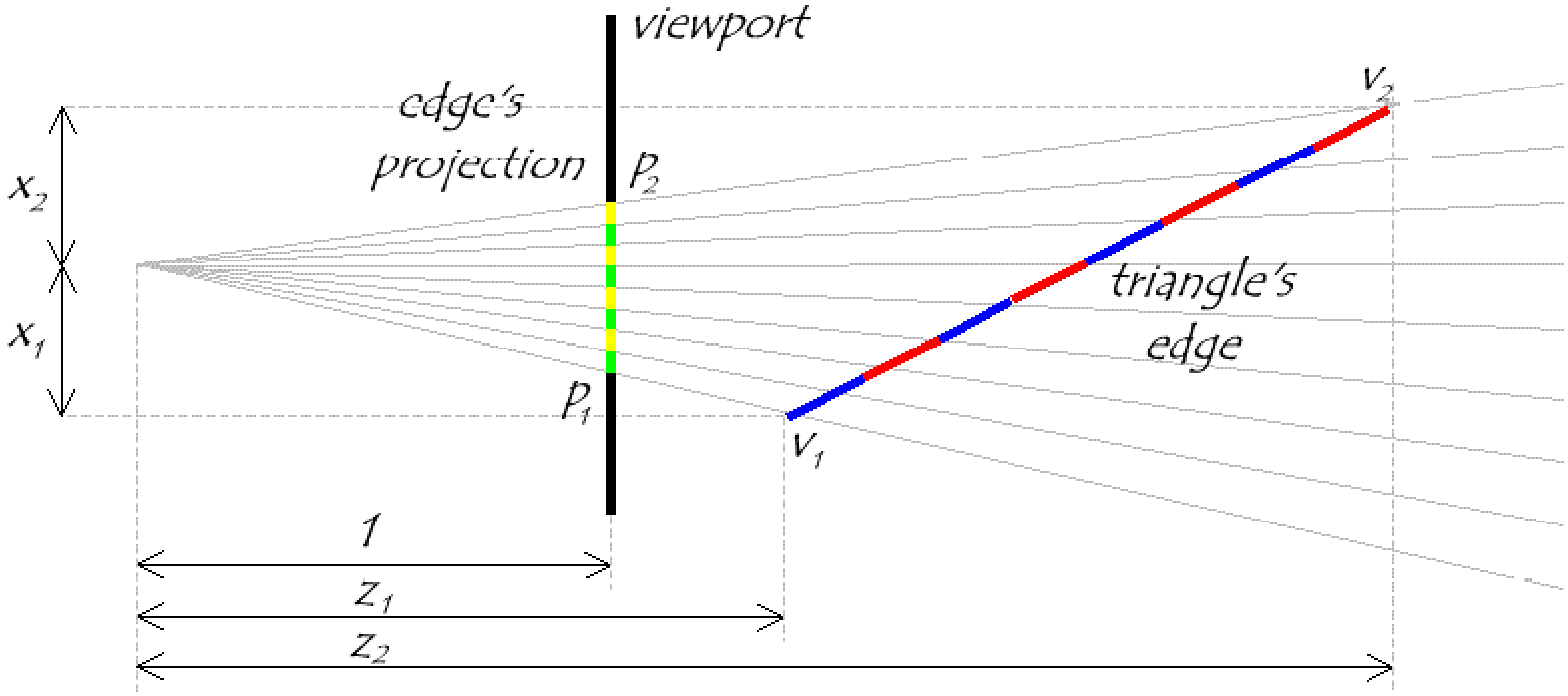
$$[x_S \quad y_S \quad z_S \quad h_S] = [x_A \quad y_A \quad z_A \quad h_A] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{1} & 1/H \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\tilde{1}$ → označava da z koordinatu želimo sačuvati jer nam određuje udaljenost od očišta (koristi se u z-spremniku)

- https://math.hws.edu/graphicsbook/demos/c3/IFS-polyhedron-viewer.html
- CENTAR PROJEKCIJE MOŽE BITI NA OSI A RAVNINA PROJEKCIJE U ISHODIŠTU
- Objekti iza centra projekcije u projekciji će biti obrnuti !

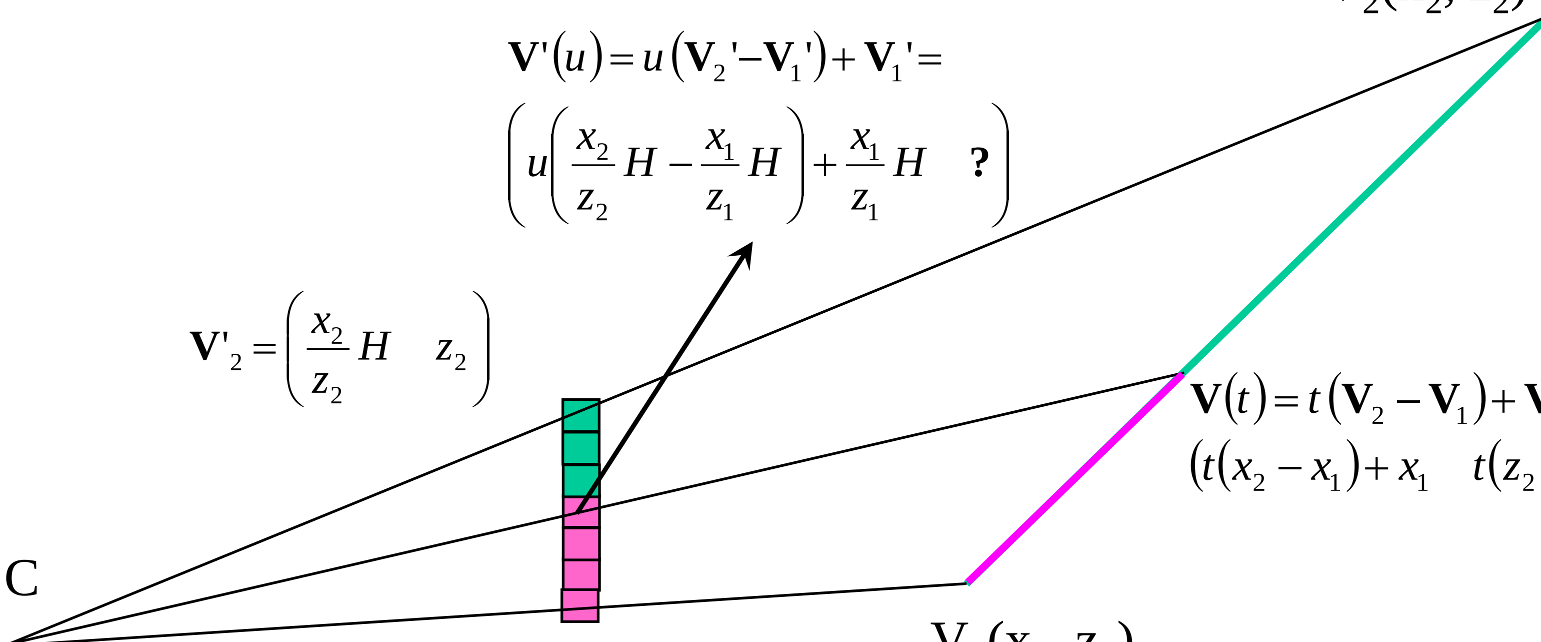
ModelView

Perspektivno ispravna interpolacija z-koordinate



http://tulrich.com/geekstuff/canvas/perspective.html 3 1 a

Perspektivno ispravna interpolacija z-koordinate



$$\mathbf{V}'(u) = u\left(\mathbf{V}_2' - \mathbf{V}_1'\right) + \mathbf{V}_1' =$$

$$\left(u\left(\frac{x_2}{z_2}H - \frac{x_1}{z_1}H\right) + \frac{x_1}{z_1}H \quad \mathbf{?} \right)$$

$$\mathbf{V}'_2 = \left(\frac{x_2}{z_2}H \quad z_2 \right)$$

$$\mathbf{V}(t) = t\left(\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1\right) + \mathbf{V}_1 =$$

$$\left(t\left(x_2 - x_1\right) + x_1 \quad t\left(z_2 - z_1\right) + z_1 \right)$$

$$\mathbf{V}'_1 = \left(\frac{x_1}{z_1}H \quad z_1 \right)$$

za neki parametar t, izjednačit ćemo perspektivno projiciranu točku $\mathbf{V}(t)$ s linearno interpoliranom $\mathbf{V}'(u)$ točkom u prostoru projekcije između točaka $\mathbf{V}_1'$ i $\mathbf{V}_2'$
po x koordinati i odrediti t za koji to vrijedi.

$$\frac{t(x_2 - x_1) + x_1}{t(z_2 - z_1) + z_1} H \qquad = u\left(\frac{x_2}{z_2} H - \frac{x_1}{z_1} H\right) + \frac{x_1}{z_1} H$$

$$t = \frac{z_1 u}{z_2 - (z_2 - z_1)u}$$

uvrštavanje dobivenog t u izraz $t\,(z_2 - z_1) + z_1$, daje nelinearnu ovisnost $z(u)$

$$z(u) = \frac{z_1 z_2}{z_2 - (z_2 - z_1)u}$$

provjera za $u = 0$ i $u = 1$

https://webglfundamentals.org/webgl/lessons/webgl-3d-perspective-correct-texturemapping.html

http://dl.datenwolf.net/h5cpt/ IExplorer

- NORMIRANJE KOORDINATA – ortografska projekcija

Volumen pogleda određuju

l - lijeva ravnina odsijecanja (min. *x* koordinata) -1

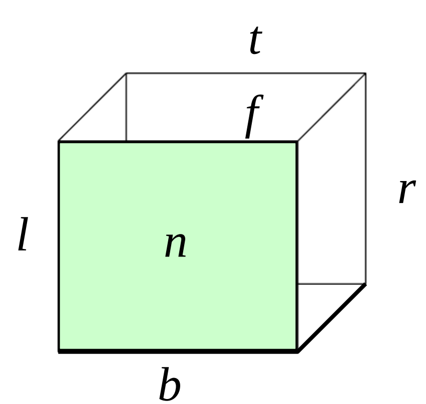
r - desna ravnina odsijecanja (max. *x* koordinata) 1

t - gornja ravnina odsijecanja (min. *y* koordinata) -1

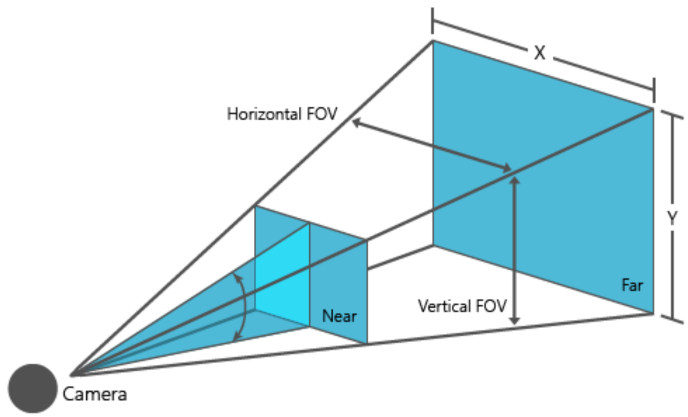
b - donja ravnina odsijecanja (max. *y* koordinata) 1

n - prednja ravnina odsijecanja (min. *z* koordinata) 1

f - stražnja ravnina odsijecanja (max. *z* koordinata) -1



ORTOGRAFSKA PROJEKCIJA



PERSPEKTIVNA PROJEKCIJA

l - lijeva ravnina odsijecanja (min. *x* koordinata)

r - desna ravnina odsijecanja (max. *x* koordinata)

$$\frac{x'-(-1)}{x-l}=\frac{1-(-1)}{r-l} \Rightarrow x'=x\frac{2}{r-l}-\frac{r+l}{r-l}$$

$$R=\begin{bmatrix} \frac{2}{r-l} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{t-b} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{f-n} & 0 \\ -\frac{r+l}{r-l} & -\frac{t+b}{t-b} & -\frac{f+n}{f-n} & 1 \end{bmatrix}$$

PROJECTION

Transformacije u OpenGL-u

- Model
  - transformacije se odnose na model, zadnja navedena transformacija se obavlja prva
  - model je inicijalno u svom koordinatnom sustavu – postavljamo ga u sustavu scene ili uspostavljamo hijerarhijski izgrađen model (stog matrica)
- Transformacija pogleda (engl. Viewing)
  - položaj i orijentacija kamere
  - Projekcija

  https://math.hws.edu/graphicsbook/demos/c3/transform-equivalence-3d.html
- Preslikavanje na zaslon
  - koordinate u sustavu otvora

- Matrice
  - GL_MODELVIEW,
  - GL_PROJECTION,
  - GL_TEXTURE
  - GL_COLOR

Transformacija pogleda i projekcije u OpenGL-u

- Transformacija pogleda - postavljanje aktivne matrice i inicijalizacija na jediničnu matricu (inicijalno je GL_MODELVIEW)

  glMatrixMode (GL_MODELVIEW)

  glLoadIdentity()

  $$\mathbf{V}' = \mathbf{V} \cdot \mathbf{M}_{\text{modelview}} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{M}_{\text{model}} \cdot \mathbf{M}_{\text{view}}$$

  model se transformira iz koordinatnog sustava **objekta** u sustav **scene**, a s

  view se transformira iz sustava scene u sustav **oka** (kamere)

- Projekcija

  glMatrixMode (GL_PROJECTION); glLoadIdentity()

  $$\mathbf{V}'' = \mathbf{V}' \cdot \mathbf{M}_{\text{projection}}$$

  u sustavu oka se zatim obavlja **odsijecanje** (clipping) i **projekcija**

  – položaj oka (kamere u prostoru)

```
gluLookAt( 0.0, 0.0, 5.0,      // očište x, y, z – gdje je kamera
           0.0, 0.0, 0.0,      // gledište – točka u koju je usmjeren pogled
           0.0, 1.0, 0.0 );    // vektor prema gore (view up) x, y, z
```

  – ortografska projekcija

  - glOrtho (left, right, bottom, top, zNear, zFar);
  - gluOrtho2D (left, right, bottom, top) // ako radimo u 2D, isto kao otvor

- perspektivna projekcija
  - glFrustum (left, right, bottom, top, zNear, zFar) // zNear ≠ 0
  - gluPerspective (fovy, aspect, zNear, zFar)
- Normiranje koordinata

  koordinate se dijele s homogenom koordinatom **- normalizira** (NDC)
- Sustav otvora
  - obično se definira ista veličina kao prozor
    - glViewport (x, y, width, height)

koordinate u sustavu objekta → GL_modelview → koordinate u sustavu oka → GL_projection → koordinate nakon odsijecanja