SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

PROJEKT

Evolucijski algoritmi

Klasifikatorski sustavi

Mario Lučić, 0036424959

Goran Radanović, 0036419588

Voditelj: Doc.dr.sc. Marin Golub

Zagreb, siječanj 2008.

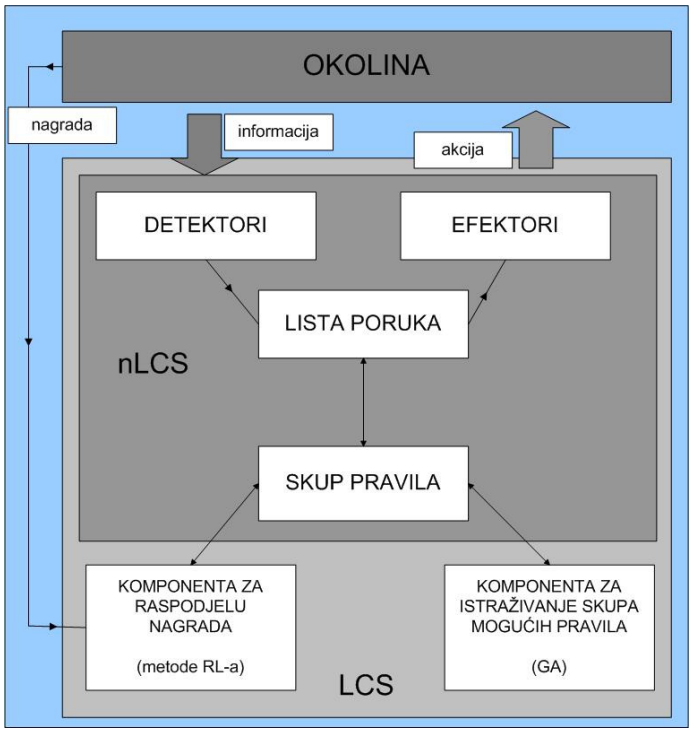
Sadržaj

1. Uvod

Povećanje kompleksnosti mnogih problemskih domena dovelo je do potrebe za rješenjima koje se mogu prilagoditi pojedinom zadatku. Korištenjem evolucijskih algoritama i učenja s potkrjepljenjem modeliraju se sustavi koji imaju mogućnost prilagođavanja. Klasifikatorski sustavi s mogućnošću učenja (eng. Learning Classifier Systems) bazirani na pravilima su jedna od evolucijskih tehnika. Cilj LCS-a je implicitno pronaći funkciju koja preslikava skup stanja okoline na skup pravila sustava koja će maksimizirati ukupnost nagrada primljenih od okoline.
Evolucijski algoritmi bazirani su na Darwinovim principima preživljavanja najspremnijih, dok sama populacija pravila predstavlja skup rješenja klasifikacijskog problema. Uz pomoć genetskih algoritama nad populacijom se vrše stohastički procesi mutacije gena i rekombinacije. Ideja zajednička svim evolucijskim metodama je pretraživanje problemskog prostora evoluirajući početni nasumce odabrani skup rješenja tako da na kraju svakog koraka skup rješenja bude kvalitetniji, tj. prilagođeniji problemu. Cilj svake jedinke je opstati, dok je cilj sustava ukloniti one jedinke koje ne pridonose maksimiziranju nagrada dobivenih iz okoline. Učenje s potkrjepljenjem, preslikano iz Pavlov-ljevih metoda u psihologiji, postiže se metodom pokušaja i promašaja uz nagrade ili kazne od strane okoline. Sustav se kroz niz iteracija prilagođava okolini i nakon određenog vremena jedna jedinka ili populacija jedinki evoluira u rješenje klasifikacijskog problema.
Područija primjene LCS-a odnose se na modeliranje i optimizaciju, inteligentnu analizu podataka (eng.Data Mining) i upravljanje procesima.

2. Pregled klasifikatorskih sustava

Klasifikatorski sustavi (*Classifier systems*, CS, CFS) su sustavi temeljeni na skupu pravila (klasifikatora) koja određuju reakciju sustava na uvjete dane u njegovoj okolini. Klasifikatorki sustavi se dijele na **klasifikatorske sustave koji nemaju sposobnost učenja (*non-learning classifier systems*, nLCS)** i **klasifikatorske sustave koje imaju sposobnost učenja (*learning classifier systems*, LCS)** [10].
nLCS je sustav sastavljen od detektora, efektora, liste poruka i skupa pravila oblika *uvjet (uvjeti) : akcija* značenja *ako uvjet (uvjeti) onda akcija*. Pomoću detektora se prenosi stanje okoline u listu poruka. Zatim se iz skupa pravila izabire pravilo čiji uvjet odgovara sadržaju liste poruka. Akcija koju sustav treba izvesti određena je pravilom i njome se puni lista poruka. U zadnjem koraku se, pomoću efektora, izvodi akcija smještena u listi poruka [2].
Ukoliko se nLCS proširi komponentom za raspodjelu nagrada primljenih od okoline i komponentom za istraživanje prostora mogućih pravila, dobivamo LCS [9]. Cilj LCS-a je odrediti takav skup pravila kojim će se maksimizirati nagrade primljene od okoline. Treba napomenuti da je ovakvim proširenjem dobiven michiganski stil LCS-a.

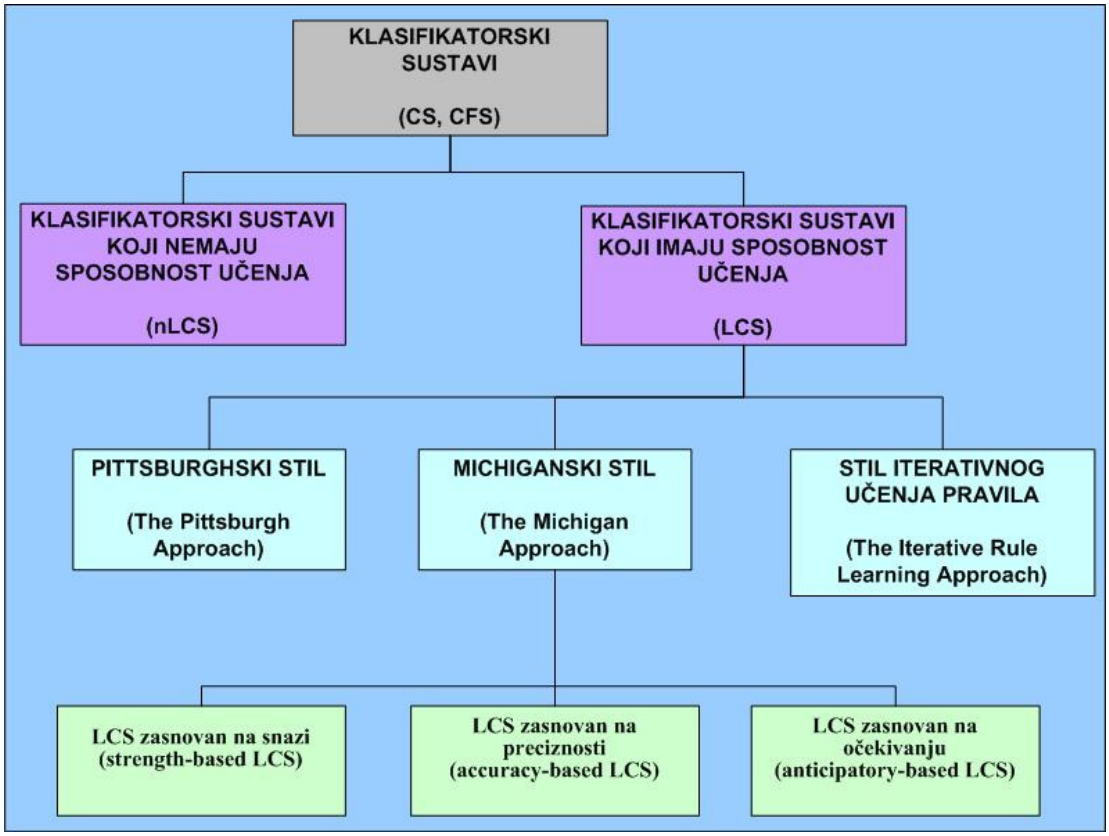


Slika 2.1 Odnos nLCS-a i michiganskog stila LCS-a

2.1 Podjela LCS-a

LCS je prvi opisao J. Holland 1975. kao sustave koji posjeduju kognitivne značajke [3], [4]. Tijekom 1980-tih isprofilirala su se dva stila (pristupa) LCS-a. Holland i njegovi suradnici oblikovali su na Sveučilištu Michigan **michiganski stil (*The Michigan Approach*)**, dok je Smith sa svojim suradnicima na Sveučilištu Pittsburgh oblikovao **pittsburghski stil (*The***

***Pittsburgh Approach*)** [2]. Uz michiganski i pittsburgski stil postoji i **stil iterativnog učenja pravila (*The Iterative Rule Learning Approach*)**, prvi puta primijenjen na SIA sustavima (Venturini, 1993) [14]. Podjela CS-a i LCS-a prikazana je na slici 2.2.



Slika 2.2 Podjela LCS-a

2.2 Michiganski stil LCS-a

Michiganski stil LCS-a karakterizira kombinacija **učenja potkrjepljenjem (*Reinforcement Learning*, RL)** i **genetskog algoritma (*Genetic Algorithm*, GA)**. RL je tehnika učenja pokušajima i pogreškama putem primljenih nagrada, a u LCS-u predstavlja komponentu za raspodjelu nagrada primljenih od okoline [3]. GA je heuristička metoda optimizacije temeljena na evolucijskom procesu, a u LCS-u predstavlja komponentu za istraživanje prostora mogućih pravila. Ono što bitno razlikuje michiganski stil LCS od nekih drugih (klasičnih) tehnika RL-a je sposobnost generalizacija pravila: postoje pravila čiji uvjetni dio odgovara različitim stanjima okoline čime se smanjuje broj pravila kojima sustav treba raspolagati. Ipak, treba naglasiti da prevelika generalizacija nije dobra: može dovesti do pojave da generalizirana pravila izbace specijalizirana pravila koja bolje odgovaraju na određeno stanje okoline [1].

U michiganskom stilu svaka jedinka predstavlja jedno pravilo. Evolucija i optimizacija pravila se obavlja lokalno, tj. na pojedinim pravilima. Sustav nagrade iz okoline neposredno raspodjeljuje jedinkama (pravilima) čije su akcije nagrađene, a posredno i jedinkama (pravilima) čije su akcije prethodile nagrađenim akcijama. Za dobivanje sustava koji će

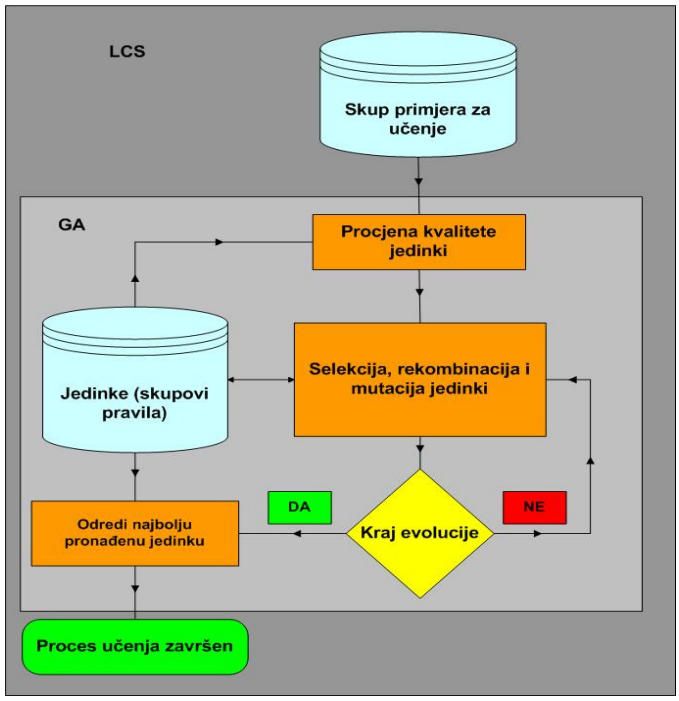
optimalno reagirati na stanja okoline, potrebno je uravnotežiti odnos potreba pojedine jedinke (pravila) i potrebe cijelog sustava [12]. Potreba jedinke (pravila) se očituje u tome da opstane, tj. ne bude eliminirana GA-om. To znači da svaka jedinka treba težiti dobivanju što većeg dijela nagrade. S druge strane, potreba sustava je da jedinke (pravila) zajedno djeluju na ispravan način. To znači da se nagrada dobivena određenom akcijom treba rasporediti ne samo na pravila koja su neposredno uzrokovala akciju, već i na ona pravila koja su dovela do stanja okoline u kojem je izvedena ta akcija. Shematski prikaz michiganskog stila LCS-a (i njegovog odnosa sa nLCS-om) dan je na slici 2.1.
Michiganski stil LCS-a pripada *on-line* sustavima i uči na temelju jedne instance problema [11]. Stil je pogodan za opisivanje *sustava u stvarnom vremenu* (*real-time systems*) gdje nagle promjene ponašanja nisu dozvoljene [12].
Tri su porodice michiganskog stila LCS-a:

- LCS zasnovan na snazi (*strength-based LCS*)
- LCS zasnovan na preciznosti (*accuracy-based LCS*)
- LCS zasnovan na očekivanju (*anticipatory-based LCS*).

Iako su aktivna istraživanja i na drugim stilovima LCS-a, michiganski stil se smatra standardnom formom LCS-a [2].

2.3 Pittsburghski stil LCS-a

Pittsburgski stil LCS-a kombinira metode **učenja pod nadzorom** (***Supervised Learning*, SL**) sa GA-om. SL je tehnika strojnog učenja koja stvara odgovarajuću funkciju na temelju *skupa za učenje* (*training set*) sastavljenog od primjera oblika *ulaz-izlaz* (*input-output*) [5]. Cilj sustav koji uči SL tehnikom je, nakon što prođe kroz primjere zadane u skupu za učenje, predvidjeti željeni *izlaz* za odgovarajući *ulaz*.

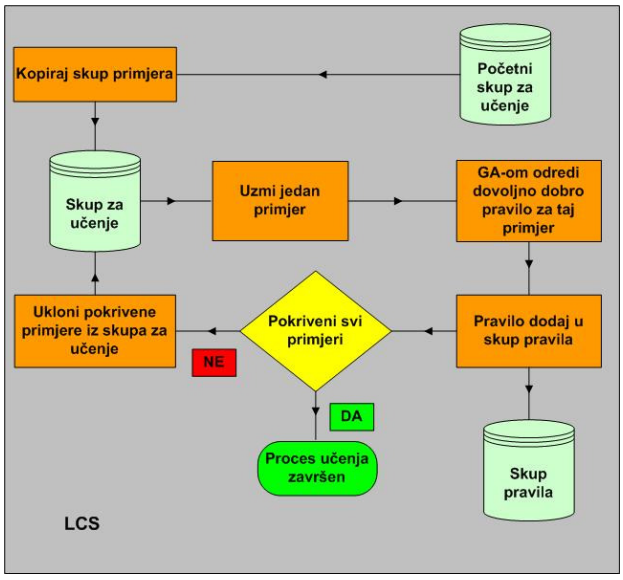


Slika 2.3 Pittsburghski stil LCS-a

Za razliku od michiganskog stila, u pittsburghskom stilu svaka jedinka predstavlja rješenje klasifikacijskog problema [14]. Istovremeno se raspolaže s nekoliko skupova pravila i to tako da jedna jedinka predstavlja jedan skup pravila. Pravila su fiksirane duljine, ali jedna jedinka može sadržavati različiti broj pravila pa je jedinka promjenjive duljine. Dozvoljene su i generalizirana pravila.
Nad skupom jedinki se pokreće GA čije su operacije rekombinacije, mutacije i selekcije prilagođene promjenjivim duljinama jedinki. Funkcija procjene (dobrote) određuje kvalitetu pojedine jedinke (skupa pravila) na temelju poklapanja pravila iz jedinke s primjerima za učenje, tj. na temelju točnosti kojom jedinka obavlja klasifikaciju. Prilikom određivanja kvalitete mogu se uključiti i neke posebne karakteristike jedinke poput njene duljine. Trajanje procesa učenja zadano je evolucijskim vremenom GA-a. Model Pittsburghskog stila LCS-a je prikazan na slici 2.3.
Pittsburghski stil LCS-a pripada *off-line* sustavima i uči iterativno na temelju skupa instanci problema [11]. Optimizacija se provodi globalno nad skupovima pravila, a ne nad pojedinačnim pravilima kako je to slučaj u michiganskom stilu. Zbog predstavljanja cijelog skupa pravila jednom jedinkom, veliki problem predstavljaju zahtijevane količine memorije i procesorskog vremena [12].
Problem učenja u pittsburghskom stilu je doslovno sveden na optimizaciju GA-om, zbog čega je i upitno je li ovaj stil bliži samom GA-u ili LCS-u.
Tipični predstavnici pittsburghskog stila LCS-a su algoritmi GABIL i GIL [14].

2.4 Stil iterativnog učenja pravila

Stil iterativnog učenja pravila se temelji na pristupu podjeli pa vladaj. Kao u michiganskom



Slika 2.4 Stil iterativnog učenja pravila

stilu, jedna jedinka predstavlja jedno pravilo, dok se sličnosti sa pittsburghskim stilom pronalaze u kombiniranju SL-a sa GA-om[13].

Sustav opisan stilom iterativnog učenja pravila uči skupom primjera koji se nalaze u skupu za učenje. Učenje traje sve dok skup pravila ne pokrije zadane primjere. U svakom koraku se uzima nepokriveni primjer i uz pomoć GA-a se određuje dovoljno dobro pravilo za taj primjer. Ukoliko pravilo ne postoji u skupu pravila, ono se nadodaje, a iz skupa za učenje se brišu primjeri koji su pokriveni postojećim skupom pravila. Opisani ciklus se ponavlja dok god ima primjera u skupu za učenje. Funkcija procjene (dobrote) uzima u obzir generalizaciju (što veću pokrivenost primjera) i preciznost predviđanja pojedinih pravila. Model LCS-a temeljen na stilu iterativnog učenja pravila je prikazan na slici 2.4. Predstavnik ovoga stila je HIDER sustav [13], [14].

3. Podrobniji pogled u model michiganskog stila LCS-a

Holland i Reitman su 1978. izložili prvu implementaciju LCS-a [3]. Iako je Hollandova verzija LCS-a bila implementirana i u rješavanju stvarnih problema, ona se pokazala složena za izvedbu i nešto kasnije našla je dobru zamjenu u jednostavnijim verzijama LCS-a. Ovdje se gradi model LCS-a koji se dijelom oslanja na izvornu verziju Hollandovog LCS-a. Zbog boljeg razumijevanja načina rada LCS-a, prethodno je potrebno ukratko opisati GA i RL.

3.1 Kratak pogled na genetske algoritme

Genetski algoritam (*Genetic Algorithm*, GA) je heuristička metoda optimizacije zasnovana na principima Darwinove teorije evolucije. Algoritam je baziran na populaciji rješenja i kroz niz koraka nastoji poboljšati populaciju tako da na kraju evolucijskog procesa najbolja jedinka populacije predstavlja dovoljno dobro rješenje optimizacijskog problema. Ne ulazeći u detalje GA-a, treba spomenuti da se u michiganskom stilu LCS-a upotrebljava eliminacijski GA (*steady-state GA*) opisan na slici 3.1.

```
Genetski algoritam{
     Ponavljaj dok traje evolucija{
             izaberi roditelje;
             križaj roditelje;
             mutiraj dobivenu djecu;
             eliminiraj onoliko roditelja koliko je stvorene djece;
     }
}
```

Slika 3.1 Pseudokod eliminacijskog GA

GA, koji je prvobitno bio tek dio LCS-a, s vremenom se počeo promatrati kao poseban algoritam i postao je mnogo popularniji od LCS-a [2]. U LCS-u GA ima funkciju istraživanja prostora mogućih pravila. Pri tome se uz GA mogu primijeniti i neke druge heurističke metode [3].

3.2 Kratak pogled na učenje potkrjepljenjem

Učenje potkrjepljenjem (*Reinforcement Learning*, RL) temelji se na operantnom uvjetovanju (teoriji učenja u psihologiji), a odnosi se na područje *strojnog učenja* (*machine learning*) koje proučava kako agent treba djelovati u promatranoj okolini da bi primio što veću nagradu od okoline [5]. Riječ je o učenju nagradama i kaznama (uz pokušaje i pogreške). Za svaki dobar *odgovor* na stanje u okolini, okolina nagrađuje sustav, dok se loši odgovori kažnjavaju. Formalnije se RL definira:

- Skupom stanja okoline *S*;

- Skupom akcija *A*;
- Skupom nagrada (najčešće je to skup {0 ,1} ili interval realnih brojeva) [7].

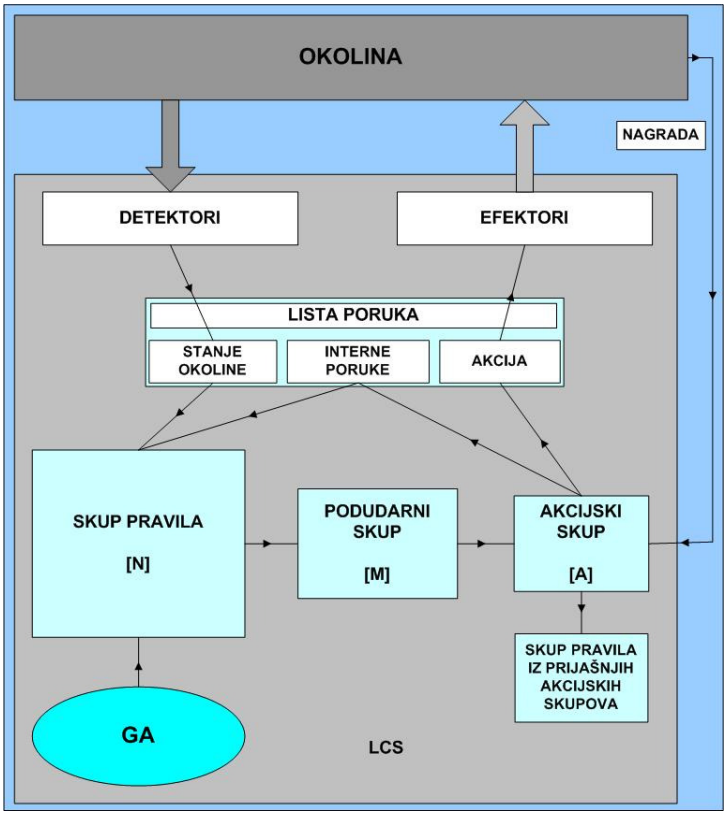
U svakom trenutku (koraku) *t* sustav na temelju stanja okoline s_i (s_i □ *S*) odabire akciju *a* iz skupa mogućih akcija *A*. Okolina mijenja stanje s_t u s_{t+1} te daje sustavu nagradu r_t. Cilj sustava je odrediti funkciju pravila $\pi: S \rightarrow A$ koja preslikava skup stanja okoline u skup akcija sustava tako da se maksimizira ukupnost nagrada okoline.
U LCS-u RL ima funkciju raspoređivanja korisnosti pojedinim pravilima [3].

3.3 Model LCS-a

Kao što je već rečeno, LCS se temelji na skupu pravila. Skup pravila (klasifikatora) su oblika *uvjet:akcija* značenja *ako uvjet onda akcija*. Drugim riječima, izborom pravila koje zadovoljava uvjet okoline određena je akcija prema okolini.
Uvjet je u najjednostavnijem slučaju niz znakova iz ternarnog skupa {0, 1, #} pri čemu znak # predstavlja i 0 i 1 (tzv. *don't care* znak). Primjerice, uvjet 1# predstavlja i uvjet 10 i uvjet 11. Time je omogućena generalizacija (općenitost) pravila.
U ovisnosti o pojedinim akcijama, okolina nagrađuje sustav. Kako bi sustav s vremenom usvojio dobra pravila, a loša pravila izbacio, potrebno je nekako označiti kvalitetu pojedinog pravila. Zbog toga je, uz uvjet i akciju, u pravilo potrebno dodati i veličina koja ima značenje korisnosti pravila. Time pravilo poprima oblik *uvjet:akcija→korisnost*.
Model LCS-a shematski je prikazana na slici 3.2. Proces koji se vrši je iterativan i opisuje se sljedećim koracima:

1. Stanje okoline se pomoću detektora prenosi u listu poruka i to u dio koji namijenjen za pohranjivanje stanja okoline. Lista poruka, uz dio namijenjen za stanje okoline, ima i dio namijenjen za interne poruke te dio namijenjen za akcije. Interne poruke nose informacije o prethodnim stanjima okoline i prethodnim akcijama sustava.
2. Za svako pravilo utvrđuje se odgovara li uvjet trenutnom stanju liste poruka i to na temelju dijela liste poruka namijenjenom za pohranjivanje stanja okoline i dijela za interne poruke. Uvjeti koji odgovaraju trenutnom stanju liste poruka stavljaju se u *podudarni skup* (*macth set*, [M]). Ukoliko je skup [M] prazan, stvara se novo pravilo s uvjetom koji odgovara trenutnom stanju liste poruka.
3. Pravila iz skupa [M] razvrstavaju se u skupine tako da pravila s istom akcijom pripadaju istoj skupini. Na temelju korisnosti svih pravila pojedine skupine predviđaju se nagrade pojedinih akcija i izabire se akcija. Pravila iz skupine iz koje je odabrana akcija se smještaju u *akcijski skup* (*action set*, [A]).
4. Akcija se šalje u listu poruka namijenjenu za akcije, a obnavlja se dio liste poruka namijenjen za interne poruke. Efektori šalju akcije okolini.
5. Obnavlja se dio pravila koji određuje korisnost (kvalitetu). Onim pravilima koji ne pripadaju skupu [A], a pripadaju skupu [M], reducira se korisnost. Pravila iz skupa [A] i ona koja su u nekoliko prijašnjih koraka pripadala skupu [A] međusobno raspodjeljuju korisnost.
6. Primljena nagrada od okoline, koja se periodički šalje sustavu, raspoređuje se (jednoliko) među pravilima skupa [A]. Uzevši u obzir i 5. korak, pravila koja prethode pravilima koja su (prije) nagrađivana također poprimaju veću korisnost.

7. Periodički ili s određenom vjerojatnošću pokreće se GA nad cijelim skupom pravila (skup [N]), nad skupom [M] ili nad skupom [A]. Najčešće se koristi eliminacijski GA (*steady-state GA*) [1], [3].



Slika 3.2 Model LCS-a

Ovim modelom opisana je struktura LCS-a. Bitna načela koje LCS treba slijediti su:

- Pronaći skup pravila koji za što veći broj mogućih uvjeta okoline sadrži pravilo koje donosi dovoljno veliku nagradu okoline. Posebice se to odnosi na pravila koja daju akcije za često pojavljivane uvjete okoline.
- Generalizirati skup pravila tako da uvjet jednog pravila odgovara što većem broju stanja u okolini. Pritom treba paziti da se ne izbace specijalizirana pravila koja daju bolje akcije na određeno stanje okoline nego neka generalizirana pravila.
- Ostvariti natjecanje među pravilima, ali samo onima koji imaju korespondentne dijelove uvjeta, tj. mogu odgovoriti na isto stanje okoline. Ostvariti princip da se ulančano nagrađuju pravila, tako da se nagrade i ona pravila čije su akcije prethodile nagrađenim akcijama, a ne samo pravila koja su neposredno uzrokovala nagrađenu akciju [1].

4. Porodice michiganskog stila LCS-a

Kao što je već spomenuto, michiganski stil LCS-a se dijeli na tri porodice: LCS zasnovan na snazi (*strength-base LCS*), LCS zasnovan na preciznosti (*accuracy-based LCS*) i LCS zasnovan na očekivanju (*anticipatory-based LCS*).

LCS zasnovan na snazi (*strength-based LCS*) je najjednostavnija porodica michiganskog stila. Korisnost pojedinog pravila je određena skalarnom veličinom zvanom snaga. Snaga predstavlja procjenu nagrade koje će sustav primiti od okoline ako se ponaša u skladu s promatranim pravilom. Pomoću snage vršimo i procjenu pojedinog pravila budući da je to jedina veličina po kojoj možemo odrediti kvalitetu pravila. No ovakav pristup i nije baš najbolji. Naime, pravila koja uzrokuju ranije akcije mogu u početku izvršavanja algoritma poprimiti neproporcionalno velike iznose snage [1]. Također, zapostavljena su pravila koja dovode do manje nagrade iako ona mogu u određenoj okolnosti biti najbolji izbor [1]. Naposljetku, najveći problem predstavljaju previše generalizirana pravila koja često vode suboptimalnom rješenju [2]. Naime, pravila koja su više generalizirana imaju veću vjerojatnost pojavljivanja u skupu akcija (skup [A]) pa im snage poprimaju znatno veće vrijednosti nego manje generaliziranim pravilima iako im predviđanje nagrada okoline može biti nepreciznije.
Ipak, za mnoge aplikacije ova porodica LCS-a je sasvim prihvatljiva. Najpoznatiji predstavnik ove porodice je ZCS.

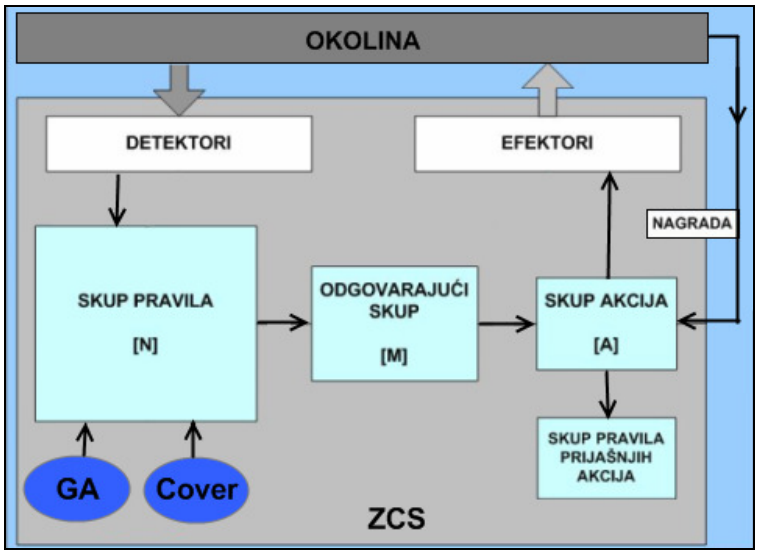
LCS zasnovan na preciznosti (*accuracy-based LCS*) nadopunjuje korisnost pravila sa procijenjenom pogreške koju pravilo čini pri procjeni nagrade. Kvalitetu pravila više ne određuje snaga, već nova veličina povezana sa preciznosti pravila i to tako da su preciznija pravila kvalitetnija. Iako je sustav postao složeniji, uvođenjem spomenutih parametara sprječava se prevelika generalizacija pravila, a time je i prostor mogućih pravila učinkovitije prekriven. Najpoznatiji predstavnik ove porodice LCS-a je XCS.

LCS zasnovan na očekivanju (*anticipatory-based LCS*) prikazuje pravila u obliku *uvjet:akcija→očekivanje* pri čemu *očekivanje* predstavlja očekivano stanje okoline nakon primijenjene *akcije* na okolinu stanja *uvjeta*. Ovakva vrsta pravila (klasifikatora) gradi *model prijelaza* (*model of transitions*) [2]. *Očekivanje* može, ovisno o verzijama LCS-a, sadržavati i posebne znakove = i ?. Znak = označava da se atribut stanja okoline ne mijenja, dok znak ? označava da se atribut stanja ne može predvidjeti [2]. Primjerice, ako na stanje okoline 101 djelujemo akcijom 0, tada pravilo #01:0→=1= predviđa stanje okoline 111. Znak ? je sličan znaku # (*don't care*) koji se pojavljuje u uvjetnom dijelu pravila.
Na oblik pravila *uvjet:akcija→očekivanje* dodaju se parametri koji predstavljaju kvalitetu pojedinog pravila. Kvaliteta jedinke (pravila) je određena preciznošću predviđanja sljedećeg stanja okoline [15]. Jedan od poznatijih predstavnika ove porodice LCS-a je ACS2.

4.1 ZCS

Najpoznatiji predstavnik LCS-a zasnovanih na snazi(eng. Fitness) je ***ZCS*** [1]. Kao i osnovni model LCS-a, opisao ga je Wilson. Naziv mu dolazi od imena „*zeroth level LCS*“. Uveden je

zbog očitih prednosti nad opisanim osnovnim modelom LCS-a, posebice jednostavnosti razumijevanja i poboljšanja performansi. Parametar koji u ovom slučaju predstavlja kvalitetu pravila je *snaga*. Također, pravila koja odgovaraju trenutnom stanju okoline i imaju istu akciju spadaju pod istu *klasu*. Stoga se odabir i kasnije ažuriranje snage pojedinih pravila odvija nad svim pravilima u istoj klasi.
Kako bi se osiguralo napredovanje sustava prema skupu jedinki koje maksimizira ukupnost nagrada iz okoline ZCS primjenjuje dvije heurističke tehnike generiranja novih jedinki: *GA* i „*cover*“ algoritam. Eliminacijski GA, koji se pokreće nad svim pravilima, odabire dvije najbolje jedinke, tj. jedinke s najvećom snagom, te proizvodi dva potomka, koja potom mutira. Potomci se smještaju u *skup svih pravila [N]*, a snaga im je određena polovinom snage roditelja. Također, dvije najslabije jedinke se uklanjaju iz skupa pravila [N]. U slučaju da je odgovarajući skup prazan ili da sadrži pravila čija je snaga manja od prosječne *„cover“* algoritam generira novo pravilo koje odgovara trenutnom stanju okoline, a čija se akcija određuje nasumce.



Slika 4.1 Model ZCS-a

Nakon detekcije stanja okoline sva se odgovarajuća pravila smještaju u *odgovarajući skup [M]*. Nadalje, iz odgovarajućeg se skupa odabire pravilo koje ima najveću snagu – ono se sustavu čini kao trenutno najbolji izbor. Sva pravila koja imaju istu akciju kao i navedeno pravilo smještaju se u *akcijski skup*. Okolini se preko efektora prosljeđuje akcija definirana jedinkama u akcijskom skupu, i stanje okoline S mijenja se u stanje S^{+1}.
S ciljem realizacije učenja s potkjrepljivanje u svakom koraku ***T*** pamti se trenutni akcijski skup. Naime, ***u koraku T^{+1} sustav će nagraditi ili kazniti pravila koja su dovela do stanja okoline S^{+1}*** što je ključ čitavog procesa učenja. Uz to se u interni spremnik ***B*** sprema dio snage svakog pravila, tj. zbrojena snaga svih pravila pomnožena s nekom konstantom β. Potkrjepljenje se vrši na način da se snazi svakog pravila prethodnog akcijskog skupa dodaje jednak dio internog spremnika ***B*γ***. Ukoliko sustav primi nagradu od okoline sva pravila trenutnog akcijskog skupa dobivaju jednak dio nagrade, tj. snaga pojedinog se poveća za

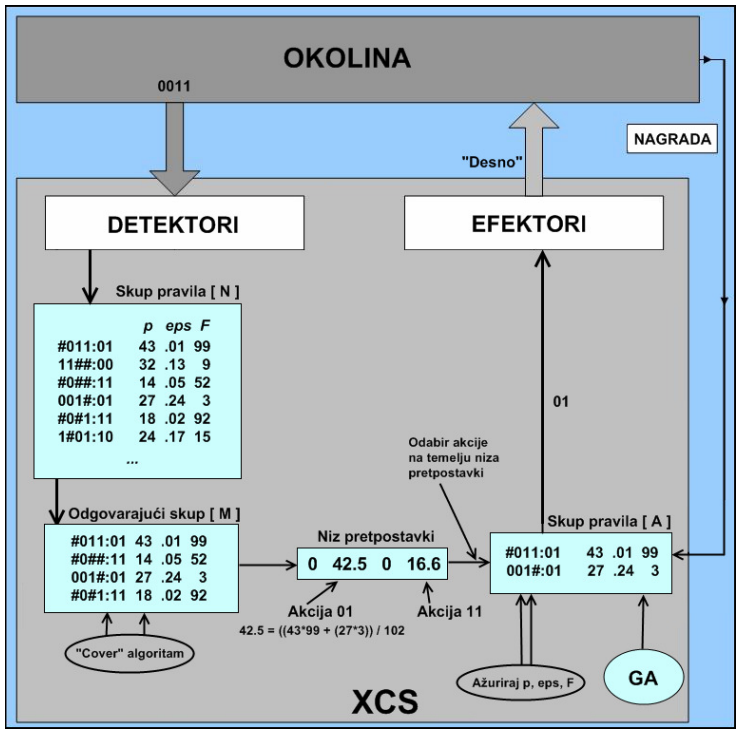
*δ*Nagrada podijeljeno s brojem pravila*. Nadalje, svim se pravilima koja su u skupu odgovarajućih pravila [M], a nisu u akcijskom skupu [A] ***smanjuje snaga za faktor τ da bi se u sljedećim koracima smanjila šansa za odabir istih.***
Formalno, ažuriranje snage u svakom koraku prikazano je jednadžbom:

$$\mathbf{F([A]) = F([A]) + \beta\,[\ nagrada + \gamma * F([A^{+1}]) - F([A])]}$$

Usprkos dobrim performansama u većini poznatih problema, ZCS pokazuje izrazitu osjetljivost na parametre ***β , γ, δ i τ,*** pa se većina vremena utroši na njihovo konfiguriranje. Najpoznatije primjene navedenog sustava odnose se na inteligentne analize podataka (eng. Data mining) i modeliranje ekonomskih tržišta. Međutim, u uporabi ga je potpuno nadmašio predstavnik porodice sustava baziranih na preciznosti, *XCS*. Model ZCS-a prikazan je na slici 4.1.

4.2 XCS

XCS pripada porodici klasifikatorskih sustava zasnovanih na preciznosti. Njegova glavna razlika naspram ostalih modela je uvođenje dodatnih parametara kvalitete pojedinog pravila: preciznost predviđanja „***p***“ i grešku pri predviđanju „***ε*“**. Promatranjem i ažuriranjem tri parametra u svakom koraku postiže se bolje tj. ***preciznije preslikavanje skupa stanja okoline na skup pravila.***



Slika 4.2 Model XCS-a

Kao i u osnovnom modelu LCS-a, u svakom koraku odgovarajući skup [M] sadrži pravila koja odgovaraju trenutnom stanju okoline. Ukoliko je [M] prazan koristi se „*cover*“ algoritam koji će generirati odgovarajuće pravilo. Nadalje, za svaku se moguću akciju određuje njena

„kvaliteta“ na temelju parametara pojedinih pravila koja su u klasi te akcije, te se sprema se u *niz predviđanja*. Akcija koja ima najveću vrijednost u tom nizu će preko efektora biti poslana okolini, a sva pravila koja su u klasi najkvalitetnije akcije biti će smještena u akcijski skup.
Učenje s potkrjepljenjem sastoji se od ažuriranja parametara ε, p i F prema relativnoj preciznosti pojedinog pravila unutar skupa pravila kroz sljedećih pet koraka:

1. Pogreška pri predviđanju svakog pravila se ažurira: $\varepsilon_j = \varepsilon_j + \beta(|P - p_j| - \varepsilon_j)$
2. Predviđanju svakog pravila se ažurira: $p_j = p_j + \beta (P - p_j)$
3. Preciznost svakog pravila κ_j se računa kao : $\kappa = \alpha(\varepsilon_0 / \varepsilon)^v$ *ili* $\kappa = 1(\varepsilon < \varepsilon_0)$
4. Relativna preciznost svakog pravila κ_j' dobije se kao $\kappa_j / \sum \kappa_i$
5. Relativna preciznost se koristi kako bi se ažurirala snaga svakog pravila koristeći ***MAM*** postupak: Ukoliko smo snagu ažurirali $1/\beta$ puta $F_j = F_j + \beta(\kappa_j' - F_j)$. U suprotnom, F_j postaje ***srednja vrijednost trenutne i prethodne vrijednosti*** relativne preciznosti pravila **„j“.**

Naposljetku, najveća se vrijednost u nizu predviđanja umanjena za neki faktor koristi se za ažuriranje pravila iz prethodnog akcijskog skupa. Model XCS-a dan je na slici 4.2.
Iako je XCS kompleksniji od ZCS-a, danas se većina klasifikatorskih sustava gradi upravo na XCS modelu. Više o samoj primjeni XCS-a i drugih klasifikatorskih sustava biti će riječi u sljedećem poglavlju.

5. Primjena LCS-a

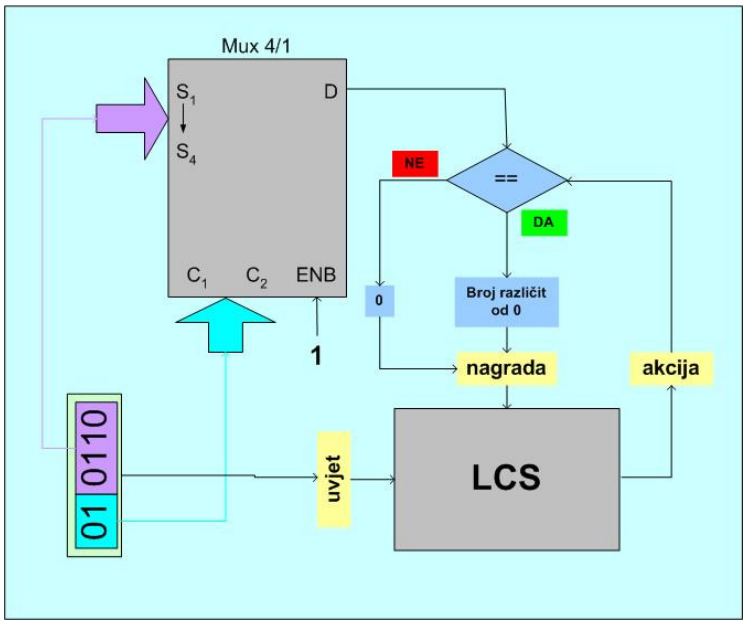
LCS se uglavnom upotrebljava za rješavanje jednog od ova četiri tipa problema: klasifikacijski problemi (*classification problems*), problemi učenja potkrjepljenjem (*reinforcement learning problems*), problemi aproksimacije funkcija (*function approximation problems*), problemi predviđanja (*prediction problems*) [11].
Klasifikacijski problemi predstavljaju probleme čiji je cilj raspoređivanje (klasificiranje) skupine objekata u podskupine (klase) i određivanje pravila po kojima se objekti raspoređuju. LCS koji se primjenjuje na klasifikacijske probleme nastoji pronaći takav skup pravila po kojima se klasificiranje obavlja što preciznije. Klasifikacijski problemi tipični su za područje *dubinske analiza podataka* (*data mining*).
Problemi učenja potkrjepljenjem svode se na pronalaženje optimalne funkcije ponašanja, a u LCS-u je ta funkcija predstavljena skupom pravila. Jedan od primjera problema učenja potkrjepljenjem je problem labirinta (*maze problem*).
Cilj LCS-a koji se primjenjuje na problemima aproksimacije funkcije je što točnija aproksimacija funkcije skupom pravila koja se djelomično preklapaju. Primjer takvog problema je problem aproksimacije sinusne funkcije linearnim dijelovima [11].
LCS se može primijeniti u rješavanju gotovo svih problema predviđanja. Tako je LCS uspješno implementiran i u problemu predviđanja koordinacijskog broja amino kiseline u proteinskoj strukturi.
Od područja primjene LCS svakako treba spomenuti: *dubinsku analizu podataka* (*data mining)*, *upravljanje procesima* i *modeliranje i optimizaciju* [3]. U tablici 3.1 su za spomenuta područja dani primjeri aplikacija koje upotrebljavaju LCS.

Tablica 5.1 Područja primjene LCS-a

Područja primjene LCS-a	**Primjeri aplikacija**
Dubinska analiza podataka	Klinička istraživanja: procjenjivanje opasnosti ozljede analizom podataka o preživljavanju te ozljede
	Klasifikacija gljiva
Upravljanje procesima	Kontrola protoka u plinskim cjevovodima
	Kontrola signalizacije na prometnim raskrižjima
	Distribuirano usmjeravanje u komunikacijskim mrežama
Modeliranje i optimizacija	Modeliranje ponašanja brokera
	Navigacija robota

5.1 Problemi multipleksora sa 6 i 11 ulaza

Problem multipleksora sa 6 ulaza (*mux6*) je klasifikacijski problem u kojem je cilj za bilo koji 6-bitni ulaz dati izlaznu vrijednost (0 ili 1) koju bi dao i multipleksor 4/1. Multipleksor 4/1 ima 4 podatkovna i 2 adresna ulaza (ukupno 6 ulaza), a izlaz je definiran vrijednosti onog podatkovnog ulaza kojeg adresira adresni dio ulaza.
Klasifikacija LCS-om zahtjeva određivanje ispravnog izlaza iz multipleksora koji će se usporediti sa akcijom sustava. Stanje okoline predstavlja slučajno generiran 6-bitni broj. Taj broj se dovodi na ulaz LCS-a, ali i na ulaze multipleksora (odgovarajući bit na odgovarajući ulaz). Sustav vraća akciju u obliku jednog bita. Ukoliko je akcija sustava jednaka izlazu iz multipleksora sustav se nagrađuje. Opisani proces prikazan je na slici 5.1. Treba primijetiti da akcije među koracima nisu povezane pa je poželjno na kraju svakog koraka isprazniti prethodni akcijski skup.



Slika 5.1 Prikaz Mux6

Na sličan način se definira i problem multipleksora sa 11 ulaza (mux11): problem multipleksora sa 11 ulaza je klasifikacijski problem u kojem je cilj za bilo koji 11-bitni ulaz dati izlaznu vrijednost (0 ili 1) koju bi dao i multipleksor 8/1. Od problema multipleksora sa 6 ulaza se razlikuje jedino u broju bitova uvjeta: uvjet više nije 6-bitni, već 11-bitni broj.

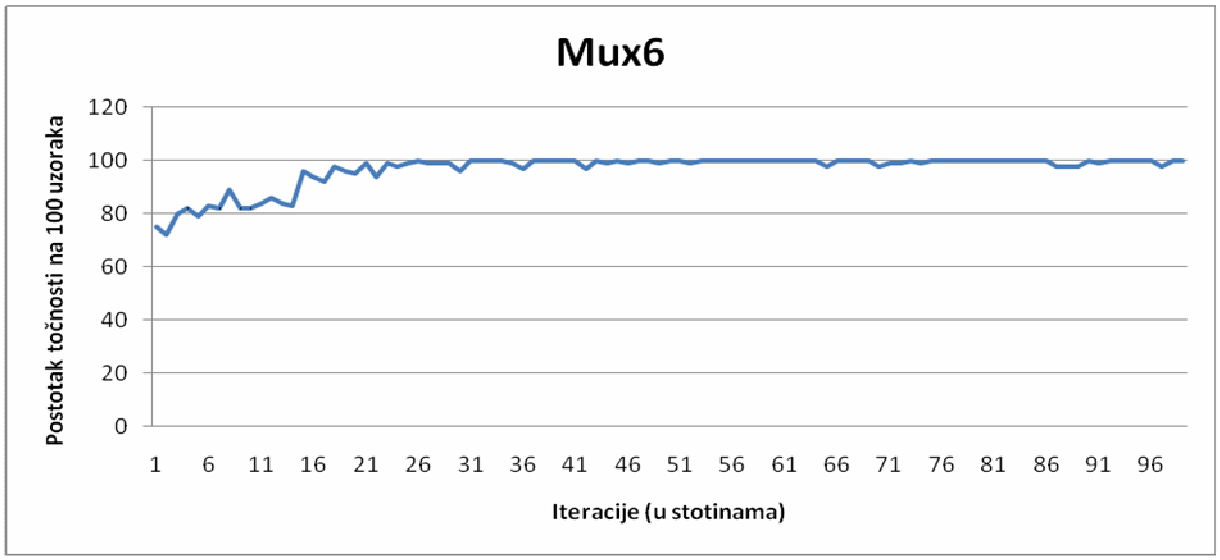
5.1.1 Testiranje ZCS-a

Provedeno testiranje implementiranog ZCS-a na problemu 6 multipleksora pokazalo je da, iako ZCS ima problema sa preciznom klasifikacijom (ponajprije zbog prevelike generalizacije pravila), u jednostavnijim klasifikacijskim problemima, podešavanjem parametara se može postići dovoljno dobra preciznost klasifikacije ZCS-om. Pri testiranju su korištene sljedeće vrijednosti parametara:

- Veličina populacije (P) = 400;
- Početna snaga pravila pri kreiranju ZCS sustava (S_0) = 20.0;

- Parametar $\beta = 0.9$;
- Parametar $\tau = 0.9$;
- Vjerojatnost odabira *wild card* (*don't care*) simbola pri stvaranju pravila (P_{wld}) = 0.1;
- Vjerojatnost pokretanja GA-a u pojedinoj iteraciji (P_{ga}) = 0.125;
- Vjerojatnost križanja (P_c) = 0.5;
- Vjerojatnost mutacije (P_m) = 0.002;
- Koeficijent smanjivanja snage djece (R_{sc}) = 0.1;
- Parametar koji određuje pokretanje *cover* algoritma (Φ) = 0.5;
- Primljena nagrada za ispravnu akciju = 1000.0.

Parametar γ se ne pojavljuje jer se u svakoj iteraciji prazni prethodni akcijski skup. Naime, akcije nemaju međusobne poveznice jer se stanje okoline (ulaz u multipleksor) generira slučajnim postupkom. Parametri β i τ su blizu jedinice kako bi se pravilima koja krivo klasificiraju što više smanji snaga. Vjerojatnost pojave *wild card* simbola je smanjeno na 0.1 kako bi se izbjegle pojave pregeneraliziranih pravila.



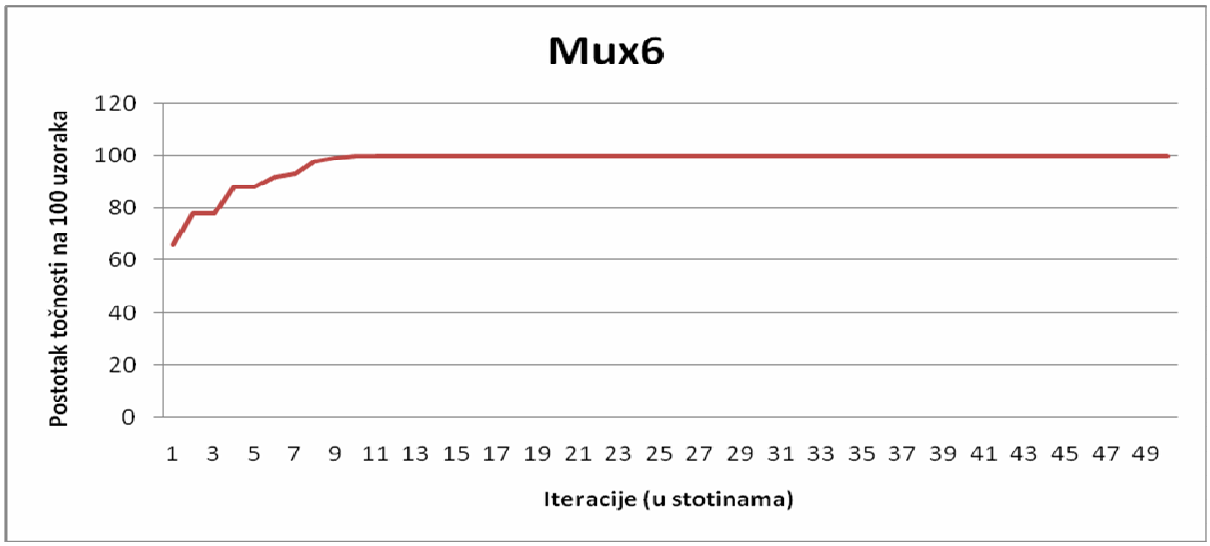
Slika 5.2 Ovisnost preciznosti ZCS-a o broju iteracija

Implementirani ZCS se razlikuje od opisanog ZCS-a utoliko što se u genetskom algoritmu stvorenoj djeci reducira snaga. Naime, želi se izbjeći nedostatak da konstantna populacija ZCS-a sadrži velik broj pravila koja se nikad ne koriste, a dobivena su genetskim algoritmom. Križanjem roditelja sa velikim snagama mogu se dobiti djeca koja se nikada ne koriste, a imaju velike snage. To povećava prosjek populacije pa pravila koja se neposredno ne nagrađuju, ali dovode do nagrade, mogu biti zapostavljena od pravila generiranih *cover* algoritmom (onog trenutka kada im se snaga spusti ispod prosjeka snage svih pravila).

5.1.2 Testiranje XCS-a

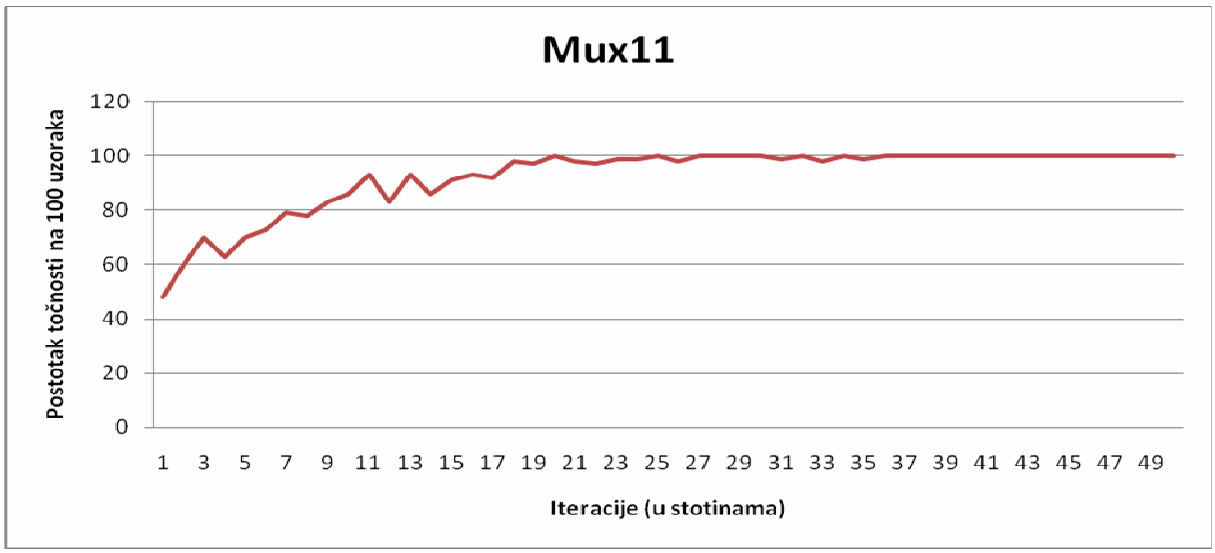
Kao što je i za očekivati, XCS se pokazao znatno bolji u rješavanju problema multipleksora od ZCS-a. Treba spomenuti da implementirani XCS klasifikaciju obavlja dvojako: postoji korak istraživanja u kojem je akcija sustava akcijski dio pravila koje je slučajnim postupkom izabrano iz podudarnog skupa i postoji korak u kojem se odabire akcija uobičajenim postupkom. Testni rezultati se odnose samo na klasifikaciju provedenu uobičajenim

postupkom (premda se oba postupka klasifikacije koriste pri rješavanju problema multipleksora).
Provedeno testiranje implementiranog XCS-a na problemu multipleksora sa 6 ulaza pokazuje da XCS već u prvih 1000 iteracija odredi kvalitetnu populaciju i postigne maksimalnu preciznost. Rezultati testiranja XCS-a na problemu multipleksora sa 6 ulaza su prikazani na slici 5.3. Valja uočiti da se preciznost klasifikacije XCS-a stabilizira na maksimumu. Za razliku od XCS-a, ZCS pokazuje oscilacije u preciznosti klasifikacije (pogledati sliku 5.2).



Slika 5.3 Ovisnost preciznosti XCS-a u mux6 problemu o broju iteracija

Za postizanje optimalne klasifikacije XCS-om u problemu multipleksora sa 11 ulaza potrebno je nešto više iteracija, no XCS se i u tom problemu pokazuje kao dobar klasifikatorski sustav. Za otprilike 2000 iteracija XCS je dosegnuo maksimalnu preciznost, a nakon 3600 iteracija preciznost klasifikacije se stabilizirala na maksimumu.



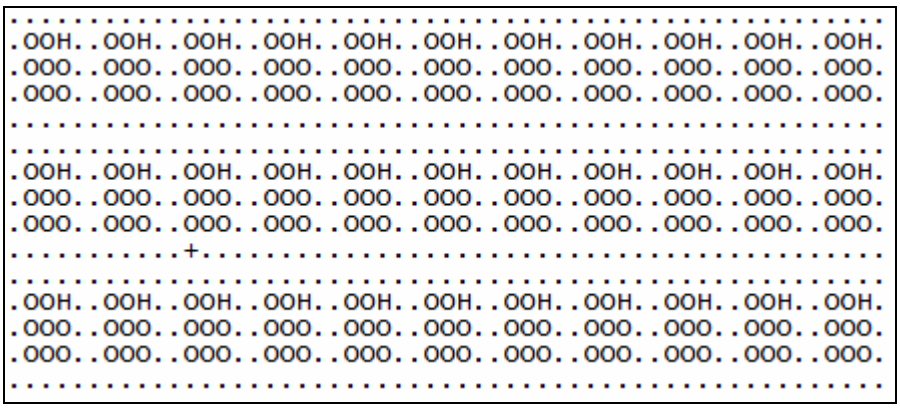
Slika 5.4 Ovisnost preciznosti XCS-a u mux11 problemu o broju iteracija

Rezultati testiranja XCS-a na problemu multipleksora sa 11 ulaza su prikazani na slici 5.4. Pri testiranju XCS-a na problemu multipleksora korištene su sljedeće vrijednosti parametara:

- Maksimalna veličina populacije (N) = 1000;
- Početno predviđanje nagrade pravila pri kreiranju XCS sustava (P_0) = 10.0;
- Početna greška pravila pri kreiranju XCS sustava (*epsInitial*) = 0.0;
- Početna snaga pravila pri kreiranju XCS sustava (F_0) = 0.01;
- Parametar α = 0.2;
- Parametar β = 0.2;
- Parametar δ = 0.1;
- Parametar κ = 0.8;
- Parametar μ = 0.04;
- Parametar ν = 5;
- Parametar ε_0 = 10;
- Parametar τ_{ga} = 12;
- Parametar τ_{del} = 20;
- Parametar τ_{sub} = 20;
- Vjerojatnost odabira *wild card* (*don't care*) simbola pri stvaranju pravila (P_{wld}) = 0.333;
- Parametar koji određuje pokretanje *cover* algoritma (τ) = 2;
- Primljena nagrada za ispravnu akciju = 1000.0.

5.2 *Woods* problem

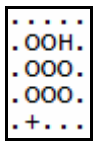
Srž *woods* problem je *animit* (*artificial animal*) koji je u potrazi za hranom, a upravljan je LCS-om [16]. *Animat* osjeća stanje oko sebe (stanje okoline) i na temelju LCS-a donosi odluku o smjeru kretanja, a cilj mu je u što manje koraka doći do hrane.
Primjer okoline u *woods* problemu prikazan je na slici 5.5. Okolina sadržava kamenja (slovo O), hranu (slovo H), polja po kojima se može kretati (znak .) i *animata* (predstavljen je sa +). Komponente okoline (stanja okoline) kodirana su sa 2 bita, primjerice: kamenja sa 00, hrana sa 11, polja za kretanja sa 01, *animat* sa 10.



Slika 5.5 Okolina woods1

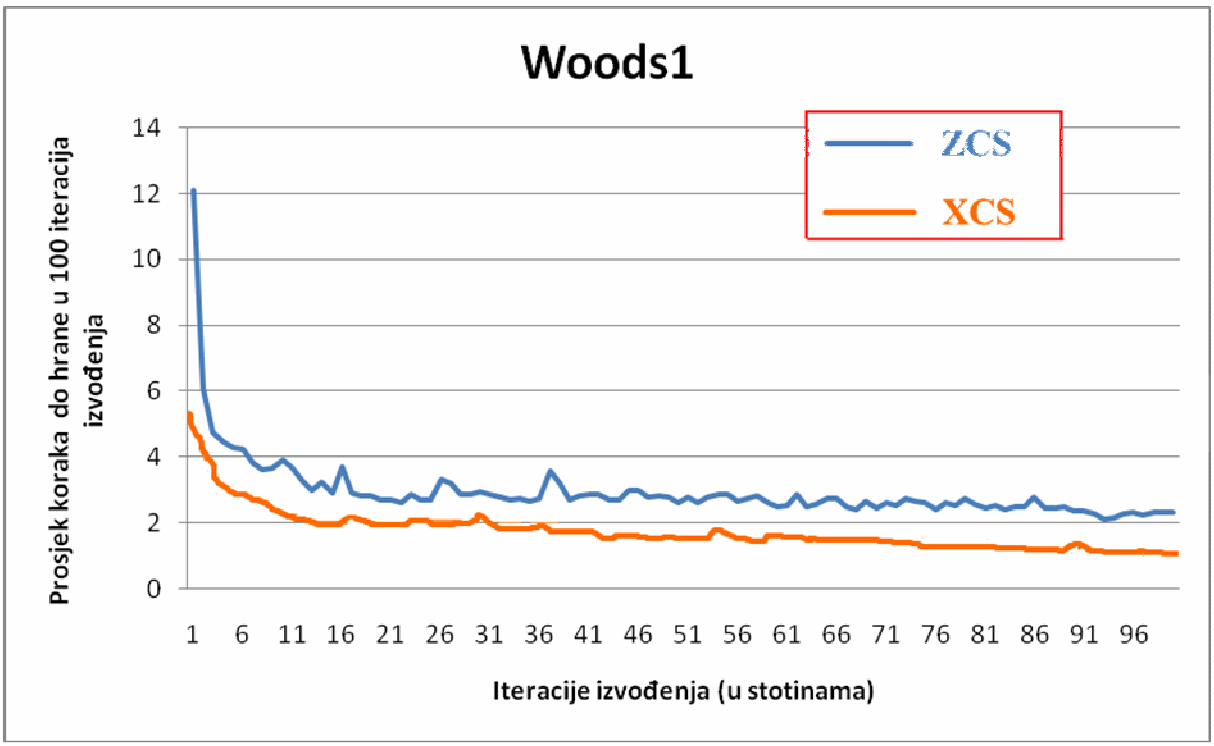
Stanje okoline koje prima *animat* predstavlja 8 polja oko njega i jednoznačno određuje svako od 8 polja: stanje je 16-bitni broj kodiran tako da su redom upisivana stanja okoline s desna

na lijevo počevši od gornjeg (sjevernog) polja i nastavljajući u smjeru kazaljke na satu. Akcije *animata* su pomicanje u jedno od tih 8 polja. Akcije koje upućuju *animata* na kamenja zanemaruju se, tj. ako je izabrana takva akcija, *animat* se ne pomiče s mjesta. Akcije koje upućuju *animata* van ploče izvode se: okoline je *okrugla*. To znači, primjerice, da će pomak *animata* u lijevo s krajnje lijevog mjesta prouzrokovati pojavu animata na krajnje desnom mjestu (ukoliko se tamo ne nalazi kamenje).
U sklopu projekta, *animat* upravljan LCS-om je testiran na okolinama *woods1* (prikazanoj na slici 5.5) i *woods2* (prikazanoj na slici 5.8). Uzme li se u obzir da je okolina *okrugla*, okolina *woods1* ekvivalentna je okolini predstavljenoj na slici 5.6. Okolina na slici 5.6 je Markovljeva okolina gdje je pozicija *animata* jednoznačno određena stanjem okoline [16].



Slika 5.6 Markovljeva okolina

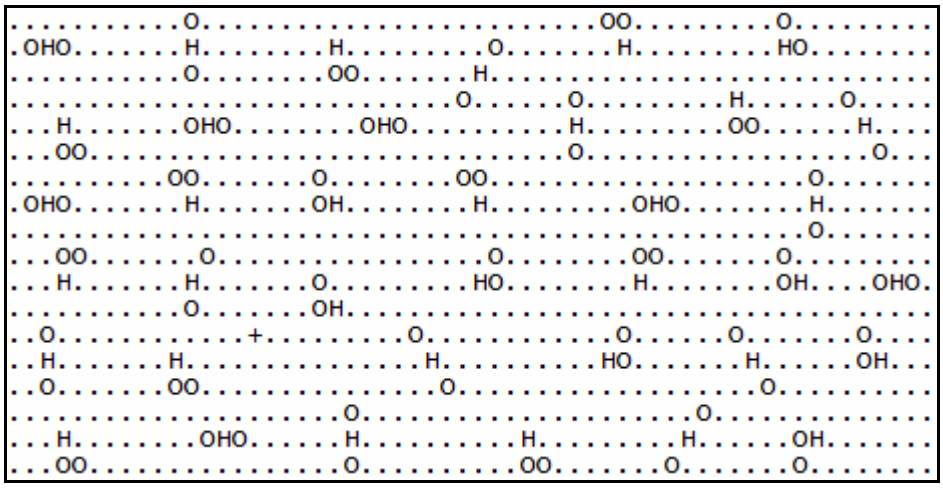
Testiranje oba sustava se provelo tako da se kroz 10 000 iteracija *animat* stavljao (slučajnim procesom) na različita mjesta u okolini i potom se se brojali potrebni koraci do hrane. Svakih 100 koraka izračunavao se prosjek koraka koji je potreban *animatu* da pronađe hranu.



Slika 5.7 Ovisnost broja koraka do hrane o broju iteracija izvođenja

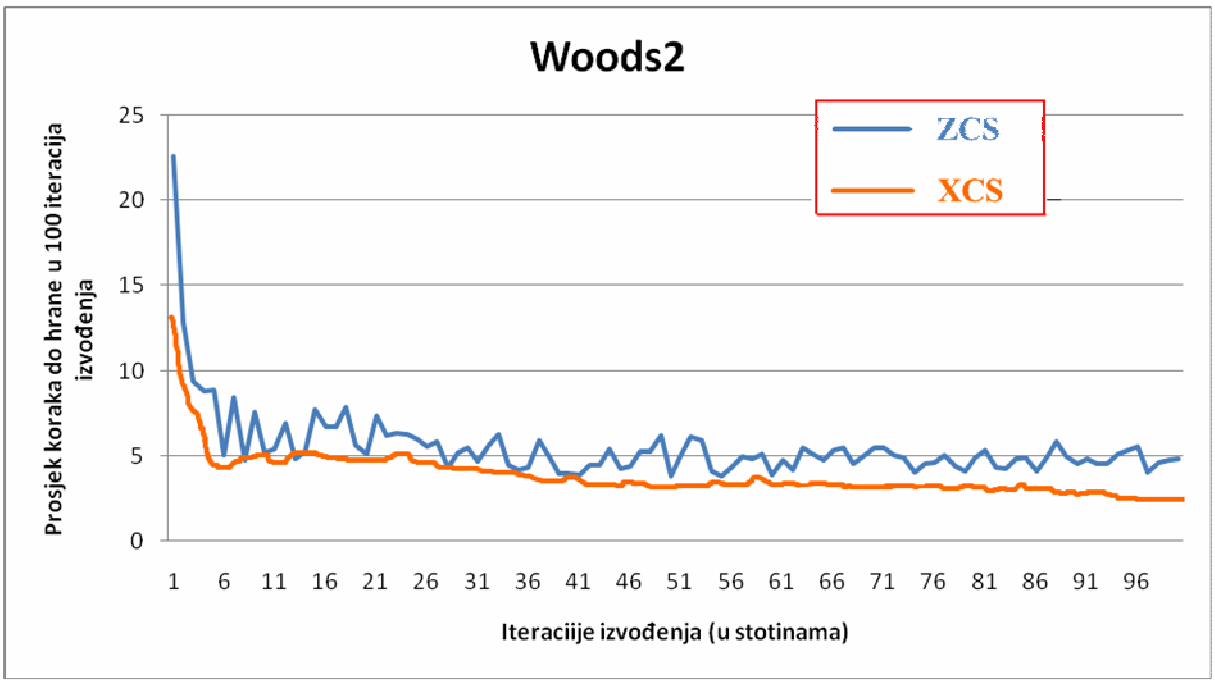
Testni rezultati sustava za *woods1* okolinu su prikazani na slici 5.7. U početku učenja *animatu* je potreban veći broj koraka do hrane (u ovom slučaju 12), da bi na nakon 10 000 iteracija potreban broj koraka do hrane poprimio nešto veću vrijednost od 2. Optimalan prosječni broj

koraka do hrane (ukoliko se *animat* stavlja slučajnim procesom na različita mjesta u okolini) je 1.7 [17].



Slika 5.8 Okolina woods2

Okolina *woods2* nije Markovljeva okolina pa je za očekivati veći broj koraka. Bitnu karakteristiku koju *animat* treba naučiti *u woods2* okolini je da se pokraj kamenja nalazi hrana. Optimalan prosječni broj koraka do hrane (ako se *animat* stavlja slučajnim procesom na različita mjesta u okolini i ako je *animat* bezmemorijski sustav koji vidi 8 polja oko sebe) je 3.1 [17]. Rezultati dobiveni rezultati su prikazani na slici 5.9.



Slika 5.9 Ovisnost broja koraka do hrane o broju iteracija izvođenja

Pri testiranju ZCS-a na *woods* problemu korištene su sljedeće vrijednosti parametara:

- Veličina populacije (P) = 400;

- Početna snaga pravila pri kreiranju ZCS sustava (S_0) = 20.0;
- Parametar β = 0.2;
- Parametar γ = 0.71;
- Parametar τ = 0.1;
- Vjerojatnost odabira *wild card* (*don't care*) simbola pri stvaranju pravila (P_{wld}) = 0.333;
- Vjerojatnost pokretanja GA-a u pojedinoj iteraciji (P_{ga}) = 0.125;
- Vjerojatnost križanja (P_c) = 0.5;
- Vjerojatnost mutacije (P_m) = 0.002;
- Koeficijent smanjivanja snage djece (R_{sc}) = 0.5;
- Parametar koji određuje pokretanje *cover* algoritma (Φ) = 0.5;
- Primljena nagrada za pronalazak hrane = 1000.0.

Pri testiranju XCS-a na *woods* problemu korištene su sljedeće vrijednosti parametara:
- Veličina populacije (P) = 2000;
- Početno predviđanje nagrade pravila pri kreiranju XCS sustava (p_0) = 10.0;
- Parametar β = 0.2;
- Parametar γ = 0.71;
- Parametar τ = 8;
- Vjerojatnost odabira *wild card* (*don't care*) simbola pri stvaranju pravila (P_{wld}) = 0.3;
- Vjerojatnost istraživanja problemskog prostora pri odabiru akcije: $P_{explore}$ = 0.05
- Vjerojatnost križanja (P_c) = 0.8;
- Vjerojatnost mutacije (P_m) = 0.04;
- Primljena nagrada za pronalazak hrane = 1000.0.

5.3 Slobodno raspoloživi primjeri LCS-a

Dva su slobodno raspoloživa primjera LCS-a odabrana: XCS (implementiran u *Java*-i) koji rješava problem multipleksora sa 6 ulaza i MACS (implementiran u *Java*-i) koji rješava problem labirinta.
Aplikacija koja implementira XCS omogućava prikaz skupa pravila i prikaz rada genetskog algoritma. Uz to se i grafički prikazuju karakteristike klasifikacije, primjerice preciznost klasifikacije.
MACS pripada porodici LCS-a zasnovanih na očekivanju. Ima dobre sposobnosti planiranja i generalizacije. Autori implementiranog MACS-a su napravili i video prikaz rješavanja problema labirinta MACS-om i to s različitim brojem koraka planiranja.
Implementacija, programski kod i detaljnija pojašnjenje navedenih primjera mogu se pronaći na stranicama:
- XCS: http://lcsweb.cs.bath.ac.uk/software/software.2006-02-15.5618744649/;
- MACS: http://animatlab.lip6.fr/RechercheProjetXBotMACS.

Autori primjera su:
- XCS: Alwyn Barry;
- MACS: Pierre Gérard i Olivier Sigaud.

6. Zaključak

U ovom radu, koji je napravljen u sklopu projekta *Evolucijski algoritmi*, opisani su klasifikatorski sustavi. Klasifikatorski sustav je sustav zasnovan na skupu pravila, a može se promatrati kao *crna kutija* koja na trenutno stanje okoline reagira određenom akcijom. Iako su zasjenjeni, mnogo poznatijim, genetskim algoritmima, sve je veći interes istraživanja u području klasifikatorskih sustava (s mogućnošću učenja). Razlog tomu su dobre karakteristike XCS-a, kao i dobre karakteristike LCS sustava zasnovanih na očekivanju (posebice se to odnosi na MACS sustav). Ne treba izostaviti ni LCS sustave pittsburghskog stila i stila iterativnog učenja. Premda su jednako aktivna istraživanja i na tim stilovima LCS-a, oni su u u ovom radu *zapostavljeni*. Razlog tome je što se michiganski stil LCS-a smatra standardnom formom LCS-a.

U sklopu projekta *Evolucijski algoritmi*, autori su implementirali sustave ZCS i XCS. Testiranje spomenutih sustava se izvršilo na dva dobro poznata problema: problemu multipleksora i *woods* problemu. Nešto složeniji XCS pokazao se bolji u rješavanju klasifikacijskih problema. Implementacija ZCS-a se pokazala dobra u rješavanju *woods* problema premda rješenje nije bilo optimalno. Modeli ZCS-a i XCS-a su otvoreni za različite heuristike koje bi mogle ubrzati proces učenja i preciznost klasifikacije. Ipak, treba pripaziti da se heuristikama uvodi što manje parametara jer je podešavanje parametara mukotrpan posao i često različiti problemi zahtijevaju različite vrijednosti parametara.

Iako LCS predstavlja opširno područje koje se primjenjuje i u rješavanju stvarnih problema, to je područje još uvijek nedovoljno istraženo. Buduća istraživanja uključuju identifikaciju karakteristika koje određuju može li se problem rješiti LCS-om i određivanje koji modeli LCS-a su najprikladniji za rješavanje određenih problema. Također, uz poboljšanja postojećih i stvaranja boljih modela LCS-a, potrebno je poboljšati i teorijsku podlogu LCS-a.

7. Literatura

[1] Eiben A. E., Smith J. E., *Introduction to Evolution Computing*, 1. izdanje, Berlin: Springer-Verlang, 2003.

[2] Sigaud O., Wilson S., *Learning Classifier Systems: A Survey*, dostupno na: http://animatlab.lip6.fr/papers/sigaud_wilson_lcs_survey.pdf, listopad 2007.

[3] Bull L., *Learning Classifier Systems: A Brief Introduction*, dostupno na: http://www.cems.uwe.ac.uk/lcsg/introchap.pdf, listopad 2007.

[4] Bernando-Mansilla E., Garrell-Guiu J. M., *Accuracy-Based Learning Classifier Systems: Models, Analysis and Applications to Classification Tasks*, dostupno na: http://sci2s.ugr.es/keel/pdf/keel/articulo/bernado03accuracy.pdf, listopad 2007.

[5] -, Wikipedia: *Machine learning*, *Reinforcement learning*, *Supervised learning*, dostupno na: http://en.wikipedia.org/wiki/Machine_learning, studeni 2007.

[6] Golub M., *Genetski algoritam*, rujan 2004., dostupno na: http://www.zemris.fer.hr/~golub/ga/ga_skripta1.pdf, listopad 2007.

[7] Kaelbling L. P., Littman M. L., Moore A. W., *Reinforcement Learning: A Survey*, dostupno na: http://www.cs.cmu.edu/afs/cs/project/jair/pub/volume4/kaelbling96a.pdf, studeni 2007.

[8] Vasilyev A., *Synergetic Approach in Adaptive Systems*, magistarski rad, Transport and Telecommunication Institute, Riga, 2002., dostupno na: http://www.cs.rtu.lv/dssg/download/thesis/bimsc/2002/Vasilyev-MSc-2002-en.pdf, studeni 2007.

[9] Weise T., Achler S., Gob M., Voigtmann C., Zapf M., *Evolving Classifiers – Evolutionary Algorithms in Data Mining*, dostupno na: https://kobra.bibliothek.uni-kassel.de/bitstream/urn:nbn:de:hebis:34-2007092819260/1/Technicalreport2007_4.pdf, studeni 2007.

[10] Beasley D., *Q1.4: What's a Classifier system (CFS)?*, svibanj 2007., dostupno na: http://www.faqs.org/faqs/ai-faq/genetic/part2/section-5.html, listopad 2007.

[11] Butz M. V., *Learning Classifier Systems*, dostupno na: http://delivery.acm.org/10.1145/1280000/1274104/p3035-butz.pdf?key1=1274104&key2=4672214911&coll=portal&dl=ACM,GUIDE&CFID=15151515&CFTOKEN=6184618, listopad 2007.

[12] Cordon O., del Jesus M. J., Herrera F., *Evolutionary Approaches To The Learning Of Fuzzy Rule–based Classification Systems*, dostupno na: http://sci2s.ugr.es/publications/ficheros/cordon-del_jesus-herrera-Evolutionary%20approaches-1999-107-160.pdf, studeni 2007.

[13] Bacardit J., Krasnogor N., *Introduction to Learning Classifier Systems*, dostupno na: www.cs.nott.ac.uk/~nxk/TEACHING/G53BIO/LCS-1.ppt, studeni 2007.

[14] Garrell-Guiu J. M., *Pittsburgh Genetic-Based Machine Learning in the Data Mining era: Representations, generalization, and run-time*, doktorat, Universitat Ramon Llull: Enginyera i Arquitectura La Salle, Barcelona, listopad 2004., dostupno na: http://sci2s.ugr.es/keel/pdf/keel/tesis/bacardit.pdf, studeni 2007.

[15] Kusiak A., *Learning Classifier Systems: An Introduction*, dostupno na: http://www.icaen.uiowa.edu/~ie238/Lecture/LCS_2.pdf, studeni 2007.

[16] Toft I., *A Java Implementation of a Zeroth Level Classifier System*, rujan 2005., dostupno na: http://www2.cmp.uea.ac.uk/~it/zcs/zcs.html, siječanj 2008.

[17] Wilson S. W., *ZCS: A Zeroth Level Classifier System*, Evolutionary Computation, kolovoz 1993., Vol. 2, No. 1, str. 1-18
[18] -, Wikipedia: *Mersenne Twister*, dostupno na: http://en.wikipedia.org/wiki/Mersenne_twister, siječanj 2008.
[19] Butz M., Wilson S., *An algorithmic description of XCS*, dostupno na: http://citeseer.ist.psu.edu/butz01algorithmic.html, siječanj 2008.
[20] Kovacs T., Kerber M., *A Study of Structural and Parametric learning in XCS*, dostupno na: http://www.mitpressjournals.org/doi/pdf/10.1162/evco.2006.14.1.1, siječanj 2008.