SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

SEMINAR

Diferencijsko praćenje

Ante Trbojević

Voditelj: doc. dr. sc. Siniša Šegvić

Zagreb, svibanj 2011.

Sadržaj

1.	Uvod	4
2.	Algoritam Lucas-Kanade2.1. Problem2.2. Translacijski model praćenja2.3. Problem izračunavanje gradijenta2.4. Parametarski model praćenja	5 6 7 8
3.	Zaglavljivanje u lokalnim minimumima	11
4.	Algoritam Kanade-Lucas-Tomasi	13
5.	Zaključak	16
6 .	Literatura	17
7.	Sažetak	18

1. Uvod

Algoritam Lucas-Kanade predložen 1981. godine kao metoda za poravnanje slike jedna je od najkorištenijih tehnika u računalnom vidu. Algoritam nalazi primjenu u raznim problemima računalnog vida, kao što je primjerice optički tok, zatim praćenje objekata, konstrukcija mozaika, kôdiranje slike lica itd.

Osnova karakteristika algoritma je velika vremenska složenost, pa su predložena mnoga proširenja algoritma.

TODO

2. Algoritam Lucas-Kanade

Lucas i Kanade predložili su u (Lucas and Kanade, 1981) efikasan postupak za pronalaženje najbolje korespondencije između dviju slika. Algoritam se uspješno nosi s proizvoljnim linearnim deformacijama (skaliranje, translacija, smicanje) slike, uključujući i rotaciju.

2.1. Problem

Neka su na raspolaganju dvije slike $I(\vec{x})$ i $T(\vec{x})$, pri čemu $T(\vec{x})$ nazivamo predloškom, gdje \vec{x} predstavlja vrijednost svjetlosnog intenziteta za slikovni element na poziciji \vec{x} , pri čemu je $\vec{x} = (x, y)^T$ vektor koji sadrži koordinate slikovnog elementa. Zadatak je pronaći regiju u slici $I(\vec{x})$, koja najbolje odgovara predlošku $T(\vec{x})$, pri tom je traženi predložak u slici $I(\vec{x})$ često linearno deformiran.

Za početak pretpostavimo da je translacija jedina dozvoljena linearna transformacija (radi lakšeg razumijevanja algoritma), kasnije će model biti proširen tako da dozvoljava rotaciju, skaliranje i smicanje (engl. *shearing*). Dakle cilj je pronaći vektor nepodudaranja \vec{h} koji minimizira određenu mjeru različitosti između $I(\vec{x} + \vec{h})$ i $T(\vec{x})$ (vidi sliku 1.).



Slika 1.: Shematski prikaz problema.

Tipično se kao mjera različitosti uzima:

$$L_1 = \sum_{\vec{x} \in R} |I(\vec{x} + \vec{h}) - T(\vec{x})|$$
(1)

ili

$$L_2 = \sqrt{\sum_{\vec{x} \in R} \left[I(\vec{x} + \vec{h}) - T(\vec{x}) \right]^2}.$$
 (2)

Optimalni vektor \vec{h} može se pronaći jednostavnim pretraživanjem svih mogućih vektora i računanjem mjere različitosti, nakon čega se odabire vektor koji minimizira mjeru različitosti. Problem ovog trivijalnog rješenja je velika vremenska složenost. Naime,

ako predložak $T(\vec{x})$ ima dimenzije $N \times N$, a regija svih dozvoljenih vrijednosti za vektor \vec{h} je veličine $M \times M$, tada je vremenska složenost $O(M^2N^2)$.

Nasuprot, Lucas-Kanade postupak ukoliko konvergira, ima složenost $O(M^2 log N)$. Naime, Lucas-Kanade algoritam počinje se nekom početnom procjenom vektora \vec{h} , i koristi prostorni gradijent inteziteta na svakoj lokaciji slike kako bi modificirao trenutačni \vec{h} na vrijednost koja predstavlja bolje rješenje od prijašnje vrijednosti. Taj postupak se ponavlja sve dok \vec{h} nije zadovoljavajući, odnosno sve dok promjena vektora \vec{h} nije više značajna.

2.2. Translacijski model praćenja

Radi jednostavnosti, algoritam će prvo biti objašnjen za slučaj linearne translacije, dok je rotacija, skaliranje i smicanje zanemareno u ovom slučaju. Sustav koji podržava i spomenute zanemarene linearne transformacije opisuje se u odjeljku 2.4.

Cilj je minimizirati pogrešku, tj.

$$E = \sum_{\vec{x} \in R} [I(\vec{x} + \vec{h}) - T(\vec{x})]^2.$$
 (3)

Minimizaciju postižemo deriviranjem izraza (3) po \vec{h} , međutim kako je izraz nelinearan, prvo ga je potrebno linearno aproksimirati rastavljanjem $I(\vec{x} + \vec{h})$ u Taylorov red prvog reda, tj.

$$I(\vec{x} + \vec{h}) \approx I(\vec{x}) + h_x \frac{\partial I}{\partial x}(\vec{x}) + h_y \frac{\partial I}{\partial y}(\vec{x}) = I(\vec{x}) + \vec{h}^T \nabla I(\vec{x}),$$
(4)

pri čemu je $\nabla I = [\frac{\partial I}{\partial x}, \frac{\partial I}{\partial y}]^T$. Naime izraz za razvoj u Taylorov prvi red oko točke \vec{a} glasi:

$$I(\vec{e}) \approx I(\vec{a}) + (e_x - a_x)\frac{\partial I}{\partial x}(\vec{a}) + (e_y - a_y)\frac{\partial I}{\partial y}(\vec{a}),$$
(5)

uvrštavanjem $\vec{e} = \vec{x} + \vec{h}$ i $\vec{a} = \vec{x}$, slijedi aproksimacija (4). Uvrštavanjem aproksimacije u (3) dobiva se aproksimacija pogreške

$$E \approx \sum_{\vec{x} \in R} [I(\vec{x}) + \vec{h}^T \nabla I(\vec{x}) - T(\vec{x})]^2.$$
 (6)

Deriviranjem po \vec{h} i izjednačavanjem s 0, dobiva se:

$$\frac{\partial E}{\partial \vec{h}} \approx 0 \tag{7}$$

$$2\sum_{\vec{x}\in R} \left[I(\vec{x}) + \vec{h}^T \nabla I(\vec{x}) - T(\vec{x})\right] \nabla I(\vec{x}) \approx 0.$$
(8)

Daljnjim sređivanjem dobiva se

$$\sum_{\vec{x}\in R} \left[I(\vec{x}) - T(\vec{x}) \right] \nabla I(\vec{x}) \approx -\sum_{\vec{x}\in R} \nabla I^T(\vec{x}) \cdot \vec{h} \cdot \nabla I(\vec{x}), \tag{9}$$

nakon čega konačno slijedi

$$\vec{h} \approx \frac{\sum_{\vec{x} \in R} [T(\vec{x}) - I(\vec{x})] \nabla I(\vec{x})}{\sum_{\vec{x} \in R} \nabla I^T(\vec{x}) \cdot \nabla I(\vec{x})}.$$
(10)

Međutim izraz (10) samo aproksimira minimizaciju pogreške (3), jer je $I(\vec{x} + \vec{h})$ aproksimiran Taylorovim redom prvog reda, ipak rješenje se poboljšava iteriranjem po koracima, pa rješenje konvergira prema optimalnom disparitetu \vec{h}

$$\vec{h}_{k+1} = \vec{h}_k + \frac{\sum_{\vec{x} \in R} [T(\vec{x}) - I(\vec{x} + \vec{h}_k)] \nabla I(\vec{x} + \vec{h}_k)}{\sum_{\vec{x} \in R} \nabla I^T(\vec{x} + \vec{h}_k) \cdot \nabla I(\vec{x} + \vec{h}_k)},$$
(11)

pri čemu se za početnu vrijednost dispariteta u prvom koraku uzima $\vec{h}_0 = 0$. Algoritam iterira po koracima sve dok promijena dispariteta nije više značajna, tj. do onog k nakon kojeg vrijedi $|\vec{h}_{k+1} - \vec{h}_k| < \epsilon$, gdje je ϵ konstanta.

2.3. Problem izračunavanje gradijenta

U diskretnom prostoru kao što su slike, nije moguće izračunati pravu derivaciju. Međutim moguće se je poslužiti trikom, tj. izračunati regulariziranu derivaciju, odnosno izračunati derivaciju izglađene slike. Sliku je moguće izgladi 2D Gaussovim filtrom

$$g(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}},$$
(12)

odnosno u vektorskom zapisu

$$g(\vec{x}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp{-\frac{\vec{x}^T \vec{x}}{2\sigma^2}}$$
(13)

gdje je σ standardna devijacija. Ako se takva slika koristi u minimizaciji greške (3), tada se neće promijeniti položaj minimuma već samo njegov apsolutni iznos. Kako nas ne zanima iznos minimuma, već za koji \vec{h} se postiže minimum, model sustava je i dalje dobro postavljen.

Primjerice ako deriviramo izglađenu sliku po \vec{x} , tada vrijedi

$$\nabla(I*g) = \frac{\partial}{\partial \vec{x}}(I*g) = I*\frac{\partial}{\partial \vec{x}}g = I*\frac{-\vec{x}}{\sigma^2}g.$$
(14)

Pritom je potrebno modificirati izraz (10) u

$$\vec{h} \approx \frac{\sum_{\vec{x} \in R} \left[(T * q)(\vec{x}) - (I * g)(\vec{x}) \right] \nabla (I * g)(\vec{x})}{\sum_{\vec{x} \in R} \nabla (I * g)^T(\vec{x}) \cdot \nabla (I * g)(\vec{x})},$$
(15)

isto vrijedi i za izraz (11).

2.4. Parametarski model praćenja

U realnom sustavu za praćenje objekata u video sekvenci nije realno je očekivati kako će se objekt samo translacijski kretati, već se može očekivati i rotacija, skaliranje, ali i smicanje, baš kao i kombinacija spomenutih transformacija.

Pojednostavljeni model jednostavno se proširuje tako da zadovoljava i ove afine transformacije predloška $T(\vec{x})$. Neka funkcija $W(\vec{x}, \vec{p})$ određuje transformaciju s parametrom \vec{p} . Primjerice za slučaj iz odjeljka 2.2., gdje je uzeta u obzir samo linearna translacija, funkcija $W(\vec{x}, \vec{p})$ ima oblik:

$$W(\vec{x}, \vec{p}) = \begin{bmatrix} x + p_1 \\ y + p_2 \end{bmatrix}.$$
(16)

Ako se želi opisati afina transformacija, tada funkcija ima oblik

$$W(\vec{x}, \vec{p}) = \begin{bmatrix} 1+p_1 & p_3 & p_5 \\ p_2 & 1+p_4 & p_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1+p_1) \cdot x & p_3 \cdot y & p_5 \\ p_2 \cdot x & (1+p_4) \cdot y & p_6 \end{bmatrix},$$
(17)

što je dovoljno za opis deformacija koja se događaju prilikom 3D kretanja objekta u video sekvenci.

Optimizacija se vrši iterativnim postupkom, pri čemu algoritam trenutnu procjenu \vec{p} u svakom koraku mijenja za $\vec{\Delta p}$. U svakom iterativnom koraku optimalni $\vec{\Delta p}$ pronalazi se minimizacijom izraza:

$$E = \sum_{\vec{x} \in R} [I(W(\vec{x}, \vec{p} + \vec{\Delta p})) - T(\vec{x})]^2,$$
(18)

po $\vec{\Delta p}$.

Kako je $I(\vec{x})$ nelinearna funkcija (inteziteti svjetlosnih elemenata općenito ne prate linearnu funkciju, tj. ne ovise linearno o položaju vektora \vec{x}) potrebno ju je linearizirati razvojem u prvi red Taylorovog razvoja, tj. $I(W(\vec{x}, \vec{p} + \vec{\Delta p})) \approx I(W(\vec{x}, \vec{p})) + \nabla I \frac{\partial W}{\partial p} \vec{\Delta p}$

Deriviranjem (18) po $\vec{\Delta p}$ i izjednačavanjem s nulom, dobiva se:

$$2\sum_{\vec{x}\in R} \left[\nabla I \frac{\partial W}{\partial p}\right]^T \left[I(W(\vec{x}, \vec{p})) + \nabla I \frac{\partial W}{\partial \vec{p}} \vec{\Delta p} - T(\vec{x})\right] = 0$$
(19)

$$\vec{\Delta p} = H^{-1} \sum_{\vec{x} \in R} \left[\nabla I \frac{\partial W}{\partial \vec{p}} \right]^T [T(\vec{x}) - I(W(\vec{x}, \vec{p}))],$$
(20)

gdje je H Hesijan matrice, tj.

$$H = \sum_{\vec{x} \in R} \left[\nabla I \frac{\partial W}{\partial \vec{p}} \right]^T \left[\nabla I \frac{\partial W}{\partial \vec{p}} \right].$$
(21)

U izrazima, $\nabla I = \left(\frac{\partial I}{\partial x}\frac{\partial I}{\partial y}\right)$ je gradijent slike *I*, na koji se zatim primjenjuje funkcija $W(\vec{x}, \vec{p})$, kako bi se dobilo preslikavanje u koordinatni okvir predloška *T*. Izraz $\frac{\partial W}{\partial \vec{p}}$ je Jakobijan funkcije $W(\vec{x}, \vec{p}) = (W_x(\vec{x}, \vec{p}), W_y(\vec{x}, \vec{p}))^T$, odnosno:







Na slici 2. prikazan je shematski prikaz algoritma. U prvom koraku ("Step 1")

računa se $I(W(\vec{x}, \vec{p}))$, odnosno slika se siječe na dimenzije predloška $T(\vec{x})$ i transformira ovisno o trenutačnom parametru \vec{p} , zatim se računa pogreška ("Step 2"). Nakon izračuna gradijenta ulazne slike ("Step 3") nad dobivenim gradijentima također se primjenjuje funkcija $W(\vec{x}, \vec{p})$. U četvrtom koraku računa se $\frac{\partial W}{\partial \vec{p}}$. U petom koraku računa se $\nabla I \frac{\partial W}{\partial \vec{p}}$, nakon čega se računa inverz Hesijan matrice H, te se konačno u posljednjem koraku računa novi $\vec{\Delta p}$, odnosno osvježuje se parametar nepodudarnosti $\vec{p} = \vec{p} + \vec{\Delta p}$. Ovaj postupak se iterativno ponavlja sve dok norma promjene parametra nepodudarnosti nije manja od korisničke definirane konstante, tj. $||\vec{\Delta p}|| < \epsilon$.

3. Zaglavljivanje u lokalnim minimumima



(a) Registracija predloška

(b) Prostor pogreške

Slika 3.: Prikaz konvergencije algoritma Lucas-Kanade.



Slika 4.: Prikaz divergencije algoritma Lucas-Kanade.

Slike 3. i 4. prikazuju rezultate izvođenja translacijskog modela algoritma Lucas-Kanade, odnosno modela u kojem je dopuštena samo translacijska transformacija predloška (16). Kao predložak, kojeg je potrebno pronaći u ulazno slici, korišten je *T* sa slike 1.. Plavi "križići" označavaju središte pronađenog predloška nakon svake iteracije algoritma. Crvenim pravokutnim označen je pronađeni predložak na kraju izvođenja algoritma. Podslike 3.b i 4.b prikazuju izračunatu pogrešku (3) za svaki mogući \vec{h} , gdje je veličina pogreške proporcionalna frekvenciji intenziteta na slici (tamno-crvena boja ima najveću frekvenciju). Slike 3. i 4. razlikuju se u odabiru početne vrijednosti parametara algoritma, tj. vektora $\vec{h_0}$. Kao što se vidi iz priloženog, rezultat algoritma ovisi o odabiru početnih parametara algoritma. Naime algoritam Lucas-Kanade, kao i ostali iterativni optimizacijski algoritmi, osjetljiv je na lokalne ekstreme (u ovom slučaju minimume), pa zaglavljuje u lokalnom minimumu kao što je slučaj sa slike 4... Samim time, dovodi se u pitanje praktičnost algoritma Lucas-Kanade, naime uspješnost algoritma ovisi o odabiru početnih parametara algoritma.

Zaglavljivanje u lokalnim minimumima može se riješiti primjenom hijerarhijskog modela praćenja, kao što je opisano u (Szeliski, 2010). Temeljna ideja hijerahijskog modela je konstukcija rezolucijske piramide, pri čemu se predložak T i ulazna slika I prikazuju u rezolucijama kroz nekoliko nivoa. Najniža razina ima najvišu rezoluciju, tj. orginalnu rezoluciju ulazne slike i predloška, svaka sljedeća razina ima dva puta manju rezoluciju od prethodnog nivoa. Konačno, na vrhu se nalazi najmanja rezolucija, te se nad takvom najvišom razinom primjeni pretraživanje prostora grubom silom kako bi se pronašao globalni minimum, zatim se procjena parametra translacije prenosi na slijedeću razinu, gdje se pak može obaviti finija lokalna pretraga (bilo grubom silom, bilo iterativnim postupkom Lucas-Kanade). Pritom procjena translacijskog parametra na razini l-1 iznosi $\vec{h}^{(l-1)} = 2 \cdot \vec{h}^{(l)}$. Valja napomenuti kako hijerahijski model neće znatno usporiti performanse izvođenja, jer se pretraživanje grubom silom primjenjuje samo na najmanjoj rezoluciji (2^{2L} puta manje slikovnih elemenata od orginalne rezolucije - gdje je L broj rezolucijskih razina), kako bi se okvirno pronašla lokacija predloška, a zatim se na slijedećim razinima provodi finija pretraga, primjerice iterativnim postupkom Lucas-Kanade.

4. Algoritam Kanade-Lucas-Tomasi

Algoritam Lucas-Kanade koriste se kao osnova osnova za praćenje objekata u video sekvenci. Neka je poznata pozicija objekta u početnim trenutku video sekvence (ili se pozicija odredi uporabom hijerarhijskog modela). Zadatak praćenja objekta je pratiti pomake objekta kroz slijedeće trenutke video sekvence, odnosno registrirati položaj objekta u slijedećim trenutcima video sekvence.

U svakom trenutku video sekvence (engl. *frame*) provodi se algoritam Lucas-Kanade, kako bi se u svakoj slici sekvence locirao objekt. Pritom je najbolje kao predložak u slijedećoj slici uzeti pronađenu regiju objekta u trenutačnoj slici, odnosno $T_{t+1}(\vec{x}) = I_t(W(\vec{x}, \vec{p}))$. Naime, ako je predložak $T(\vec{x})$ konstantan za svaki trenutak video sekvence, tada se može očekivati da on vrlo brzo neće dovoljno dobro opisivati traženi objekt, jer će nastupiti velike deformacije objekta. Naime pretpostavlja se kako u slijednim slikama video sekvence, slika objekta se ne deformira značajno, međutim kroz nekoliko okvira ta deformacija može biti značajna, pa praćenje s početnim predloškom više ne bi davalo zadovoljavajuće rezultate, odnosno algoritam više ne bi pratio objekt.

U problemima kao što je izračunavanje optičkog toka (engl. optical flow) primjerenije je pratiti više manjih predložaka istovremeno u svakom trenutku t video sekvence. Tada se takvi predlošci nazivaju prozorima (engl. windows) odnosno značajkama (engl. features). Intuitivno je jasno da nije svaki prozor dobar za praćenje, dodatno odabir značajki (prozora) treba biti automatizirani proces. U radovima (Shi and Tomasi, 1994) i (Tomasi and Kanade, 1991) autori daju preporuke za odabir dobrih značajki (prozora) te opisuju postupak izlučivanja značajki. Naime, dobrim prozorima smatraju se oni koji imaju veliku frekvenciju intenziteta, ili koji prikazuju uglove objekta, odnosno oni prozori s bogatom teksturom. Dodatno mali prozori (male dimenzije) povoljniji su za praćenje od velikih. Naime za praćenje malih prozora dovoljan je pojednostavljeni model koji uzima u obzir samo translaciju (vidi odjeljak 2.2.), čak je takav model i bolji od parametarskog modela (odjeljak 2.4.) koji dopušta afinu transformaciju. Naime u slijednim okvirima, parametri afine transformacije će biti mali, jer je riječ o malom pomaku promatranog objekta između dva slijedna okvira. Dodatno ako se koristi model s afinom transformacijom tada će i utjecaj šuma biti veći. Dakle model koji uzima obzir translaciju kod praćenja malih prozora (značajki) daje znatno bolje rezultate, te je i vremenski prihvatljivije jer se izračunavaju samo dva parametra, a ne šest kao što je u modelu s afinom transformacijom.

Prema radu (Shi and Tomasi, 1994) i (Tomasi and Kanade, 1991), dobrim prozorom za praćenje smatra se onaj prozor za kojeg su svojstvene vrijednosti matrice (21) dovoljno velike. Naime matrica (21) za $W(\vec{x}, \vec{p}) = \vec{x} + \vec{p}$ (pojednostavljeni model - samo se translacija uzima u obzir) ima oblik:

$$H = \sum_{\vec{x} \in R} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial I}{\partial x} \\ \frac{\partial J}{\partial y} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial I}{\partial x} & \frac{\partial I}{\partial y} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(23)

$$H = \sum_{\vec{x} \in R} \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial I}{\partial x}\right)^2 & \frac{\partial I^2}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial I^2}{\partial x^3 y} & \left(\frac{\partial I}{\partial y}\right)^2 \end{bmatrix}.$$
 (24)

Svojstvene vrijednosti dobivaju se rješavanje sustava:

$$H\vec{v} = \lambda\vec{v},\tag{25}$$

gdje je \vec{v} bilo koji vektor različit od nul-vektora. Kako je matrica *H* dimenzija 2×2 , tada matrica ima dvije svojstvene vrijednosti.

Ako su obje svojstvene vrijednosti matrice (25) male, tada su unutar prozora svi svjetlosni intenziteti približno jednakih vrijednosti (konstantan profil intenziteta - homogena raspodjela svjetlosnih intenziteta), kao što se može vidjeti na slici 7.a za prozor 6.a. Ako je pak jedna svojstvena vrijednost velika, a druga mala tada je riječ o jednosmjernom(engl. *unidirectional*) teksturnom uzorku (vidi sliku 6.b i 7.b). Rubovi objekata i linije imaju takav uzorak, kojeg karakterizira veliki gradijent s istim smjerom na liniji, dok u ostalim sl. elementima svjetlosni inteziteti su približno jednaki. Međutim ako su obje svojstvene vrijednosti velike, tada prozor zadrži uglove objekta ili heterogeni teksturni uzorak što je povoljno za praćenje (vidi sliku 6.c i 7.c). Konačno, ako su λ_1 i λ_2 svojstvene vrijednosti matrice H, tada je prozor koji je opisan takvom matricom povoljan za praćenje ako vrijedi:

$$min(\lambda_1, \lambda_2) > \lambda,$$
 (26)

gdje je λ unaprijed definirani prag.



Slika 5.: Značajke dimenzija 20×20 .



Slika 6.: Uvećan prikaz značajki sa slike 5..



Slika 7.: Razdioba inteziteta za značajke sa slike 6..

5. Zaključak

6. Literatura

Literatura

- S. Baker and I. Matthews. 2002. Lucas-kanade 20 years on: A unifying framework: Part 1. Technical Report CMU-RI-TR-02-16, Robotics Institute, Pittsburgh, PA, Sr-panj.
- B. D. Lucas and T. Kanade. 1981. An iterative image registration technique with an application to stereo vision. *Proceedings DARPA Image Understanding Workship*.
- J. Shi and C. Tomasi. 1994. Good features to track. *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*.
- R. Szeliski. 2010. *Computer Vision: Algorithms and Applications*. Springer, draft edition.
- C. Tomasi and T. Kanade. 1991. Detection and tracking of point features. Technical Report CMU-CS-91-132, Carnegie Mellon University, Srpanj.

7. Sažetak